



**UNIVERSIDAD JOSÉ CARLOS MARIÁTEGUI**

**VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA Y**

**ARQUITECTURA**

**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA**

**T E S I S**

**ANÁLISIS COMPARATIVO DE MÉTODOS PARA EL  
DISEÑO DE ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTES  
RECTOS**

**PRESENTADO POR**

**BACHILLER: NEYRA DUEÑAS EDGAR JESUS**

**ASESOR**

**Mgr. EDIBERTO CHURA MENDOZA**

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE**

**INGENIERO MÉCANICO ELÉCTRICO**

**MOQUEGUA – PERÚ**

**2018**

## CONTENIDO

### PORTADA

Página de jurados .....	i
Dedicatoria .....	ii
Agradecimientos .....	iii
Contenido .....	iv
Índice de tablas.....	vii
Índice de figuras.....	viii
RESUMEN.....	ix
ABSTRACT.....	x
INTRODUCCIÓN .....	xi

### CAPÍTULO I

#### PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. Descripción de la realidad del problema.....	1
1.2. Definición del problema .....	2
1.2.1. Problema general .....	2
1.2.2. Problemas específicos.....	2
1.3. Objetivo de la investigación.....	2
1.3.1. Objetivo general.....	2
1.3.2. Objetivos específicos .....	2
1.4. Justificación e importancia de la investigación.....	2
1.4.1. Justificación .....	2
1.4.2. Importancia .....	3
1.5. Alcances y limitaciones .....	3
1.5.1. Alcances.....	3
1.5.2. Limitaciones .....	3
1.6. Variables .....	4
1.6.1. Operacionalización de variables .....	4
1.7. Hipótesis de la investigación.....	5
1.7.1. Hipótesis general .....	5
1.7.2. Hipótesis derivadas.....	5

## CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la investigación .....	6
2.2. Bases teóricas .....	8
2.2.1. Engranajes.....	8
2.2.2. Clasificación de engranajes .....	8
2.2.3. Engranajes cilíndricos de dientes rectos .....	13
2.2.4. Agitadores.....	46
2.3. Definición de términos.....	55

## CAPÍTULO III MÉTODO

3.1. Tipo de investigación .....	57
3.2. Diseño de investigación .....	57
3.3. Población y muestra.....	57

## CAPÍTULO IV ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. Presentación de resultados .....	58
4.1.1. Diseño de agitador de fluidos .....	58
4.1.2. Diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos.....	64
4.2. Contrastación de hipótesis .....	84
4.3. Discusión de resultados.....	85

## CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. CONCLUSIONES .....	88
5.2. RECOMENDACIONES .....	89
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	90
APÉNDICE.....	93
Apéndice A1. Valores de forma del factor Lewis “Y” .....	93
Apéndice A2. Proporciones de los dientes de engranajes cilíndricos rectos, helicoidales y bi-helicoidales .....	94
Apéndice A3. Módulos normalizados.....	95
Apéndice A4. Número mínimo de dientes del piñón por efecto de interferencia.	96
Apéndice A5. Factores de servicio de máquinas .....	97

Apéndice A6. Características de máquinas .....	98
Apéndice A7. Factores de sobrecarga .....	99
Apéndice A8. Factores de distribución de carga para engranajes rectos .....	100
Apéndice A9. Factores de distribución de carga.....	101
Apéndice A10. Factores de vida .....	102
Apéndice A11. Esfuerzos permisibles para engranajes .....	103
Apéndice A12. Coeficiente elástico, $C_P$ para engranajes rectos, helicoidales ....	104
Apéndice A13. Esfuerzo de contacto .....	105
Apéndice A14. Factor dinámico $K_v$ .....	106
Apéndice A15. Factor geométrico, J, para $\emptyset = 20^\circ$ .....	107
Apéndice A16. Factor geométrico para $\emptyset = 25^\circ$ .....	108
Apéndice A17. Guía para limitar el error en acción de engranajes .....	109
Apéndice A18. Factor dinámico $C_v$ .....	110
Apéndice A19. Factor geométrico para engranajes $\emptyset = 14.5^\circ$ .....	111
Apéndice A20. Factor geométrico para engranajes $\emptyset = 20^\circ$ .....	112
Apéndice A21. Factor de vida $C_L$ .....	113
Apéndice A22. Número de potencia $N_p$ frente a $N_{Re}$ para turbina de 6 palas....	114
Apéndice A23. Agitadores mecánicos .....	115
Apéndice A24. Acero inoxidable 304.....	119
Apéndice A25. Propiedades del acero inoxidable 304.....	121
Apéndice A26. Almacenamiento y manejo de la lechada de cal .....	122
Apéndice A27. Tipos y características de la cal .....	123
Apéndice A28. Selección de motor marca WEG.....	124
Apéndice A29. Selección de material para engranajes .....	125
Apéndice A30. Características del material seleccionado para engranajes .....	126
Apéndice A31. Planos del proyecto de investigación.....	127
Apéndice A32. Simulación del engranaje.....	147
MATRIZ DE CONSISTENCIA .....	147
INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	147

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Operacionalización de las variables .....	4
Tabla 2. Módulos Normalizados .....	20
Tabla 3. Juego mínimo, sistema de paso diametral.....	27
Tabla 4. Juego mínimo, sistema de módulo métrico.....	27
Tabla 5. Valores de forma del factor Lewis “Y” .....	30
Tabla 6. Factor de seguridad respecto a la resistencia a la fatiga .....	38
Tabla 7. Factor de seguridad respecto a la resistencia a la fluencia.....	39
Tabla 8. Factor de seguridad .....	45
Tabla 9. Características del Impulsor tipo Ancla .....	47
Tabla 10. Características del impulsor tipo paleta o rejilla.....	48
Tabla 11. Características del impulsor de hélice.....	49
Tabla 12. Características de turbina de hojas inclinadas.....	51
Tabla 13. Características de Turbina hojas planas y disco.....	52
Tabla 14. Semejanzas geométricas impulsor tipo turbina.....	53
Tabla 15. Datos para diseño de Agitador .....	59
Tabla 16. Características del motor seleccionado .....	64
Tabla 17. Cálculo de Número de dientes .....	66
Tabla 18. Resultados de los cálculos por diferentes métodos.....	85

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Clasificación de engranajes .....	9
Figura 2. Engranajes de diente recto .....	10
Figura 3. Engranaje de dientes helicoidales .....	10
Figura 4. Engranaje doble helicoidal .....	11
Figura 5. Engranaje cónico de diente recto .....	12
Figura 6. Engranaje cónico de dientes helicoidales .....	12
Figura 7: Engranaje cónico hipoides .....	13
Figura 8. Nomenclatura de un diente de engranaje .....	14
Figura 9. Diámetros de círculo de paso .....	14
Figura 10. Diámetros de círculo de base .....	15
Figura 11: Ángulo de presión .....	18
Figura 12. Geometría de contacto y ángulo de presión .....	18
Figura 13. Factores que se usan para determinar el factor Lewis .....	28
Figura 14: Pala tipo ancla .....	47
Figura 15: Pala tipo paleta o rejilla .....	48
Figura 16: Impulsor de hélice .....	49
Figura 17: Turbina tipo hojas planas .....	50
Figura 18: Turbina tipo impulsor de hojas inclinadas .....	51
Figura 19. Turbina hojas planas y disco .....	52
Figura 20. Semejanzas geométricos impulsor tipo turbina .....	53

## RESUMEN

El presente trabajo de investigación titulado “Análisis comparativo de métodos para el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos” tiene por objetivo determinar si el método AGMA es el que proporciona mayor potencia de transmisión y el menor espesor de diente que el método LEWIS en la fabricación de engranajes cilíndricos de dientes rectos; para el análisis, comparación y diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos se utilizaron los métodos antes mencionados como son: el método AGMA y el método LEWIS, y a su vez se demostrara con el uso de herramientas adicionales como es el uso de software, en este caso “SOLID WORKS 2013”, comparar los resultados calculados y los obtenidos mediante el software para obtener un diseño más óptimo. La presente investigación es de tipo descriptiva y es importante porque brinda un aporte a la ingeniería, mediante un estudio comparativo de métodos, para la fabricación de engranajes de dientes rectos, de tal manera que al culminar la tesis los resultados podrán comprobarse entre uno y otro método, ya que los engranajes de dientes rectos son elementos de máquinas de uso muy frecuente en la actualidad. La máquina a impulsar será un agitador el cual tiene por finalidad ser usado para la neutralización de aguas ácidas mediante la lechada de cal (agua + cal), con los resultados obtenidos mediante cálculos realizados, se determinó que el método que proporciona mayor potencia de transmisión y un menor espesor de diente es el método AGMA.

*Palabras claves:* Diseño de engranajes, método AGMA, método LEWIS, engranajes rectos, análisis comparativo.

## ABSTRACT

The present research work entitled "Comparative analysis of methods for the design of cylindrical gears of straight teeth" aims to determine if the AGMA method is the one that provides greater transmit power and the smaller thickness of tooth than the LEWIS method in the manufacture Cylindrical gears with straight teeth; For the analysis, comparison and design of cylindrical gears of straight teeth, the above-mentioned methods were used: the AGMA method and the LEWIS method, and in turn it was demonstrated with the use of additional tools such as the use of software in this Case "SOLID WORKS 2013", compare the calculated results and those obtained by the software to obtain a more optimal design. This research is descriptive and important because it provides a contribution to engineering, through a comparative study of methods, for the manufacture of cogs of straight teeth, so that at the end of the thesis the results can be checked between one and another Method, since the gears of straight teeth are elements of machines of very frequent use at the present time. The machine to be driven will be a stirrer which is intended to be used for the neutralization of acid waters by the slurry of lime (water + lime), with the results obtained by calculations made, it was determined that the method that provides greater transmission power And a smaller tooth thickness is the AGMA method.

*Keywords:* Gear design, AGMA method, LEWIS method, straight gears, comparative analysis.



## INTRODUCCIÓN

A través del tiempo las personas han encontrado la necesidad de crear mecanismos y maquinas las cuales les ayuden a resolver problemas de su vida diaria. La transmisión de potencia y movimiento no son la excepción, por lo cual han llevado a que el hombre invente maquinas simples como son palancas, ruedas, entre otros; y maquinas complejas, como los sistemas de transmisión de potencia por medio de cadenas, bandas y engranajes, etc. Por consiguiente los mecanismos más empleados para la transmisión de potencia y movimiento son los engranajes.

El uso de engranajes permite transmitir movimiento y potencia, así como también permiten cambiar la velocidad de las máquinas. Otras funciones que poseen los engranajes, son poder ser utilizados como reductores o incrementadores de velocidad, son utilizados más como reductores de velocidad porque los motores giran a velocidades muy altas en las industrias.

En la actualidad existen gran variedad de engranajes, la mayoría están estandarizados, así como también son utilizados de acuerdo a la necesidad que se requiera, las necesidades van desde la capacidad de transmisión (cuanta potencia se requiere transmitir); la velocidad a la que se quiere transmitir y el tamaño del espacio que se tiene, etc.

Para un óptimo diseño de engranajes, el engranaje diseñado deberá tener las siguientes características: compacto y pequeño, no ruidoso, tener larga vida, de fácil de fabricación, así como también ser compatible con el medio de instalación y de bajo costo. Es por esta razón es que no es fácil diseñar engranajes, para elaborarlo se deben tener conocimientos tanto teóricos y prácticos los cuales nos permitirán realizar un buen diseño. Para un diseño óptimo se diseñan varios engranajes y el que ofrezca los mejores resultados es el que será seleccionado. El diseño de

engranajes podría ser tedioso ya que al realizar los cálculos por diferentes métodos y buscar resultados óptimos se invierte bastante tiempo.

En el siglo actual existen herramientas para el diseño de engranajes como lo son los programas y software, a esto se le llama diseño asistido por computadora. Los cuales nos permitirán crear diseños de cualquier tipo de engranajes y así como también realizar cambios que se requieran dentro del diseño hasta lograr un resultado óptimo, esto con tiempos mínimos y con un menor esfuerzo; a su vez esto también depende de la habilidad del diseñador.

## **CAPÍTULO I**

### **PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN**

#### **1.1. Descripción de la realidad del problema**

En el estudio de los métodos para diseñar engranajes no existe un solo criterio y ello dificulta el trabajo del diseñador ya que debe escoger uno, basándose solo en su experiencia y criterio para el diseño del engranaje adecuado para el tipo de trabajo que va a realizar, muchas veces siendo errado ya que estos engranajes a pesar de ser uno de los más usados, debido a que presenta menos dificultad en la fabricación.

Si se tiene alguna información errónea puede que el diseño de este engranaje no llegue a trabajar dentro de los límites permisibles y a futuro llegar a presentar varios problemas, perjudicando el rendimiento de la máquina.

El diseño de engranajes representa una serie de requerimientos en función de las necesidades que se planteen, los cuales deben ser compactos y pequeño, no ruidoso, tener larga vida, de fácil fabricación, ser compatible donde se instalara y debe tener un bajo costo.

## **1.2. Definición del problema**

### **1.2.1. Problema general**

¿Será el método AGMA el que proporcione mayor potencia de transmisión y el menor espesor del diente, que el método LEWIS en la fabricación de engranajes cilíndricos de dientes rectos?

### **1.2.2. Problemas específicos**

- a) ¿Para una determinada potencia de transmisión, el método LEWIS es el menos eficiente que el método AGMA?
- b) ¿El método AGMA garantiza espesores óptimos para su fabricación que el método LEWIS?

## **1.3. Objetivo de la investigación**

### **1.3.1. Objetivo general**

Determinar si el método AGMA es el que proporciona mayor potencia de transmisión y el menor espesor de diente que el método LEWIS en la fabricación de engranajes cilíndricos de dientes rectos.

### **1.3.2. Objetivos específicos**

- a) Examinar si para una determinada potencia a transmitir el método LEWIS es el menos eficiente que el método AGMA.
- b) Determinar si el método AGMA garantiza espesores óptimos para su fabricación que el método LEWIS.

## **1.4. Justificación e importancia de la investigación**

### **1.4.1. Justificación**

El propósito de la realización de la investigación, es que mediante el uso de diferentes métodos de diseño de engranajes rectos, al diseñador se le pueda hacer

más fácil el diseño y fabricación de engranajes para que este pueda funcionar adecuadamente y no pueda presentar desgaste prematuro.

#### **1.4.2. Importancia**

La investigación es importante porque brinda un aporte a la ingeniería, mediante un estudio comparativo de métodos, para la fabricación de engranajes de dientes rectos, de tal manera que al culminar la tesis los resultados podrán comprobarse entre uno y otro método, ya que los engranajes de dientes rectos son elementos de máquinas de uso muy frecuente.

#### **1.5. Alcances y limitaciones**

##### **1.5.1. Alcances**

Los alcances de esta tesis es el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos por métodos como son el AGMA (American Gear Manufacturers Association) y LEWIS.

Comprobación de resultados mediante un software de diseño (SolidWorks).

##### **1.5.2. Limitaciones**

La tesis planteada tendrá limitaciones basadas fundamentalmente, en que no se podrá estudiar todos los tipos de métodos para el diseño de engranajes de dientes rectos por falta de información, centrándose el cálculo de engranajes cilíndricos de dientes rectos en dos métodos, los más conocidos en nuestro medio, como son el método AGMA y el método LEWIS.

Falta de laboratorios y módulos para la fabricación o elaboración de prototipos de engranajes cilíndricos de dientes rectos, manejo de normas APA, entre otros.

## 1.6. Variables

- a) **Potencia a transmitir:** Se refiere a la cantidad de trabajo que desarrolla una maquina o un mecanismo en cierta unidad de tiempo, la cual permite calcular la fuerza mecánica que actúa sobre el mecanismo dividiendo la energía invertida por el periodo temporal en cuestión. Potencia a transmitir es el trabajo desarrollado y transmitido mediante la puesta en marcha de un mecanismo, gracias a esto se puede calcular la rapidez o lentitud con la que podemos realizar un trabajo en un determinado periodo de tiempo.
- b) **Espesor del diente:** Es la longitud de arco, medida en el círculo de paso, de un lado del diente a otro. También recibe el nombre de espesor circular y su valor teórico es la mitad del paso circular.

### 1.6.1. Operacionalización de variables

La Operacionalización de las variables se muestra en la siguiente tabla.

**Tabla 1**

*Operacionalización de las variables*

<b>Variable</b>	<b>Definición conceptual</b>	<b>Definición operacional</b>	<b>Unidad de medida</b>	<b>Escala</b>
Potencia a transmitir	Es la velocidad de transformación de la energía en el proceso de rotación	Es la cantidad de trabajo que se realiza por unidad de tiempo	Hp	razón
Espesor de diente	Es la longitud de arco, medida en el círculo de paso, de un lado del diente a otro	Medición de la longitud para medir el espesor del diente	mm	razón

Fuente: Elaboración propia

## **1.7. Hipótesis de la investigación**

### **1.7.1. Hipótesis general**

El método AGMA es el que proporciona mayor potencia de transmisión y el menor espesor de diente que el método LEWIS en la fabricación de engranajes dientes rectos.

### **1.7.2. Hipótesis derivadas**

- a) Para una determinada potencia a transmitir el método Lewis es el menos eficiente que el método AGMA.
- b) El método AGMA garantiza espesores óptimos para su fabricación que el método LEWIS.

## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **2.1. Antecedentes de la investigación**

Deutschman y Michels (1975) señalan que:

Para que dos mecanismos engranen, estos deben satisfacer la ley fundamental del engranamiento. Esta ley puede establecerse como sigue: la forma de dientes de un engranaje debe ser tal que la normal común en el punto de contacto entre dos dientes debe pasar siempre a través de un punto fijo sobre la línea de centros. Cuando dos engranajes que están engranando satisfacen la ley fundamental, se dice que estos producen una acción conjugada. (p.549)

Es necesario señalar que para una el buen funcionamiento de las máquinas, los engranajes deben mantener una velocidad constante y un buen engranamiento entre sí.

González (2001) resalta que:

Las transmisiones por engranajes mecánicas es el más difundido e importante desde los inicios de la Revolución Industrial hasta la actualidad. Este mecanismo de tres miembros, en el cual dos elementos engranados son móviles y forman con el elemento fijo pares de rotación o



traslación, es empleado en los más diversos campos y condiciones de trabajo.(p.1)

En la actualidad, la aplicación de engranajes es muy amplia. Los engranajes los podemos encontrar en centrales eléctricas, automóviles, transporte marítimo, industrias, minas, máquinas-herramientas, maquinaria textil, etc.

Méndez (2011) señala que:

Los mecanismos de engrane impulsor empujan los dientes del engranaje impulsado, ejerciendo una componente de la fuerza perpendicular al radio del engranaje. De esta forma se transmite un par de torsión y como el engrane gira, se transmite potencia. Los engranajes son los transmisores de par de torsión más fuerte y resistentes, su eficiencia de transmisión de potencia es de 98 %. Por lo tanto, los engranajes son más costosos que otros transmisores de par de torsión, como los de transmisión por cadena y por banda. (p.5)

Para la transmisión de potencia en los engranajes, se debe tener un engranaje impulsor y un engranaje impulsado o conducido.

Norton (2011) por su parte indica que:

Los engranajes sirven para transmitir torque y velocidad angular en variedad de aplicaciones. Existen variedad de engranajes, los tipos más conocidos; es el engranaje recto, diseñado para operar con ejes paralelos y con dientes paralelos a las líneas de centro de los ejes. En la actualidad, los engranajes están muy estandarizados por la forma y el tamaño del diente. La Asociación Estadounidense de Fabricantes de Engranajes (AGMA)

financia investigaciones para el diseño, los materiales y la manufactura de engranajes. (p.543)

Considero importante señalar que las transmisiones por engranajes son de gran exactitud en la relación de transmisión, debido a ello se usan en maquinarias de precisión.

## **2.2. Bases teóricas**

### **2.2.1. Engranajes**

Los engranajes son ruedas dentadas cilíndricas y son utilizados para la transmisión de potencia desde un eje giratorio a otro. Si un engranaje esta acoplado a otra rueda dentada se le estima como engranaje, no obstante este término se utiliza para denominar a ruedas dentadas individuales.

En un engranaje, el engranaje que posee el mayor tamaño se le conoce con el nombre de engranaje, y al de menor tamaño se le conoce como piñón, por lo general, en la mayor parte de las aplicaciones, el piñón es el componente motriz o impulsor y el engranaje es el impulsado, este generalmente gira a menor velocidad que el piñón. (Jaén, 2011, p.10)

Al grupo de engranajes de dos a más que transmiten movimiento de un eje a otro se les conoce como tren de engranajes.

### **2.2.2. Clasificación de engranajes**

La clasificación principal de los engranajes se efectúa según varios factores como su disposición de su eje de rotación, así como también por los tipos de dentado; según estos criterios existen los siguientes tipos de engranajes: Engranajes de ejes paralelo, engranajes de eje no paralelos coplanares, engranajes de eje no párelos no coplanares.

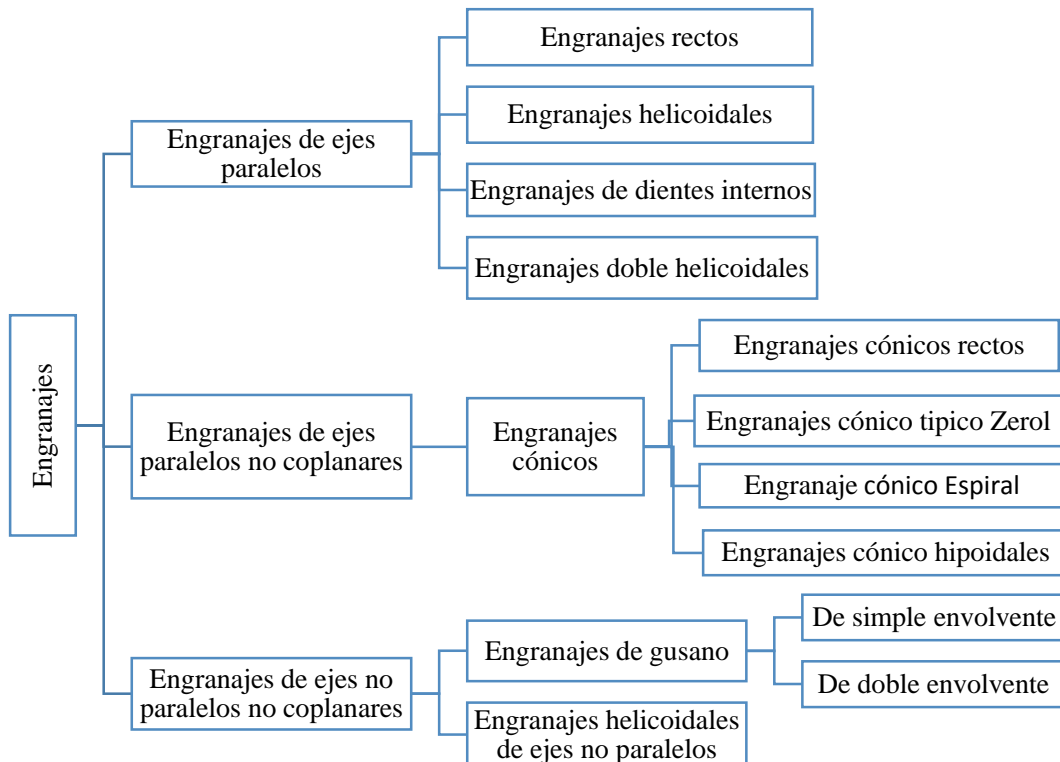


Figura 1. Clasificación de engranajes

Fuente: Elaboración propia

## A. Engranajes de eje paralelo

Estos engranajes son los más simples y comunes que se pueden encontrar, los cuales conectan ejes paralelos y transfieren grandes cantidades de potencia con alta eficiencia. Los principales tipos de estos engranajes son los engranajes rectos y helicoidales.

### A.1. Engranajes rectos

Estos engranajes poseen dientes paralelos al eje de rotación y son utilizados para transmitir potencia y movimiento de un eje a otro eje paralelo.

De toda la variedad de engranajes existentes, los engranajes rectos son los más sencillos, por la cual este tipo de engranajes son utilizados en la industria.

Las ventajas que presentan este tipo de engranajes son que ellos son simples y son de bajo costo de fabricación y mantenimiento.

Los inconvenientes que presenta son de funcionamiento ruidoso, no son muy recomendables para altas transmisiones de potencia.



*Figura 2.* Engranajes de diente recto

Fuente: Benoit, 2012

## **A.2. Engranajes helicoidales**

Este tipo de engranajes a diferencia de los rectos tienen dientes inclinados con respecto al eje de rotación, y son utilizados para las mismas aplicaciones que los engranajes rectos. Los engranajes helicoidales presentan algunas ventajas en comparación con los engranajes rectos, entre las más importante tenemos: pueden transmitir mayor potencia que los engranajes rectos, son más silenciosos cuando transmiten movimiento y poseen mayor durabilidad.



*Figura 3.* Engranaje de dientes helicoidales

Fuente: Tejada, 2011

### **A.3. Engranajes tipo doble helicoidal**

Los engranajes de este tipo en especial sin conocidos como “espina de pescado”, son una combinación de engranajes helicoidales de doble hélice. Las ventajas son que el empuje axial que absorben los apoyos o cojinetes de los engranajes helicoidales es eliminado por la reacción del empuje igual y opuesto de la rama simétrica de un engranaje helicoidal doble.



*Figura 4. Engranaje doble helicoidal*

Fuente: Abarca, 2010

### **B. Engranajes de ejes paralelos no coplanares**

Los principales tipos de estos engranajes son los cónicos de dientes rectos, cónicos de dientes helicoidales, cónicos hipoides. Este tipo de engranajes solucionan la transmisión entre ejes que se cortan y que se cruzan.

#### **B.1. Cónicos de dientes rectos**

Este tipo de engranajes efectúan la transmisión de movimiento de ejes que se cortan en un mismo plano, generalmente en ángulo recto, por medio de superficies cónicas dentadas. Son utilizados para efectuar reducción de velocidad con ejes en 90°.



*Figura 5.* Engranaje cónico de diente recto

Fuente: Benoit, 2012

## **B.2. Cónicos de dientes helicoidales**

Se utilizan para reducir la velocidad en un eje de  $90^\circ$ . Los cuales se diferencian de los engranajes cónicos rectos en que poseen mayor superficie de contacto, son de funcionamiento relativamente silencioso y pueden transmitir el movimiento de ejes que se corten.



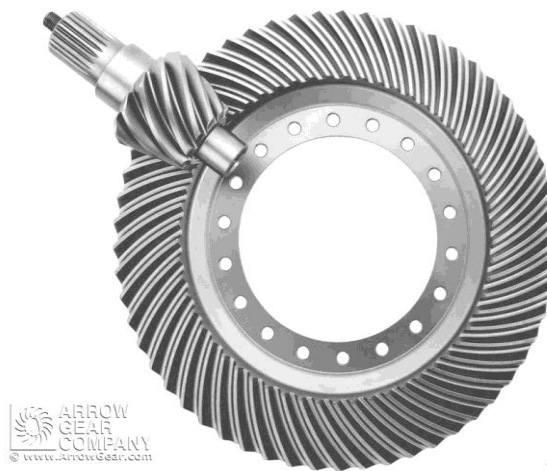
*Figura 6.* Engranaje cónico de dientes helicoidales

Fuente: Anaya, 2016

### **B.3. Cónicos hipoides**

Los engranajes cónico hipoides son similares a los cónicos helicoidales, los cuales se diferencian en que el piñón de ataque esta descentrado con respecto al eje de la corona, esto permite que los engranajes sean más resistentes; asimismo ayudara en la reducción del ruido.

Estos engranajes son utilizados en maquinaria industrial, embarcaciones; donde es necesario que los ejes no estén al mismo nivel por cuestiones de espacio.



*Figura 7:* Engranaje cónico hipoides

Fuente: Benoit, 2012

### **2.2.3. Engranajes cilíndricos de dientes rectos**

Son los engranajes más simples y comunes que podemos encontrar en la actualidad. Son utilizados para velocidades bajas y medias; a grandes velocidades, si no son rectificadas, o ha sido corregido su tallado, así como también producen ruido cuyo nivel depende de la velocidad de giro que posean.

#### **A. Nomenclatura básica de los engranajes rectos**

Los engranajes rectos son utilizados para la transmisión de potencia y movimiento angular entre ejes paralelos, los cuales son engranajes más simples de analizar, por lo cual, es necesario realizar su estudio para comprender otros tipos de engranajes.

En la figura 8 se muestra un diente de un engranaje con su terminología estándar.

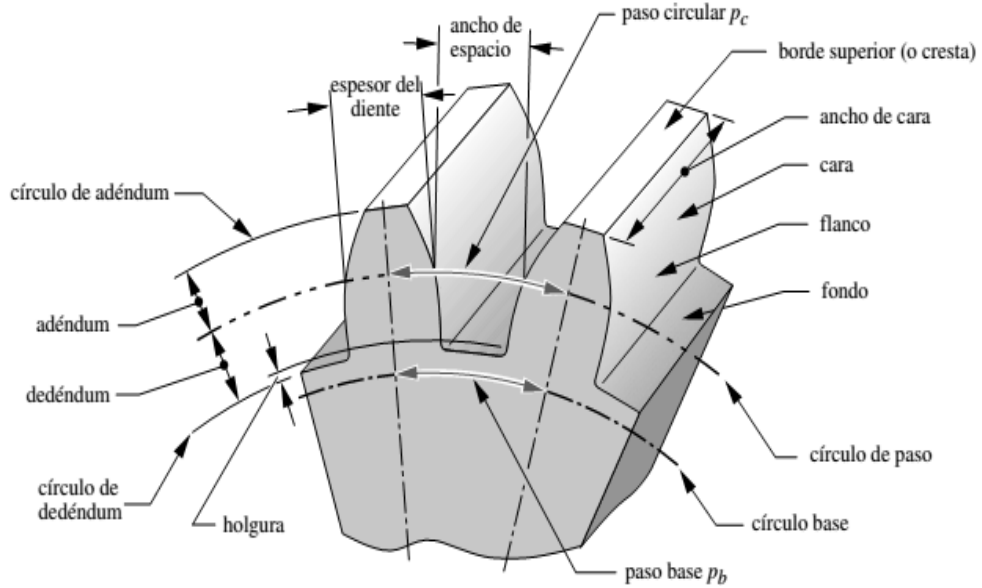


Figura 8. Nomenclatura de un diente de engranaje

Fuente: Norton, 2011

### A.1. Diámetros del círculo de paso o primitivos ( D )

Corresponde a los diámetros del piñón y el engranaje que son exactamente tangentes en el punto de paso, cuando las dos ruedas giran en conjunto.

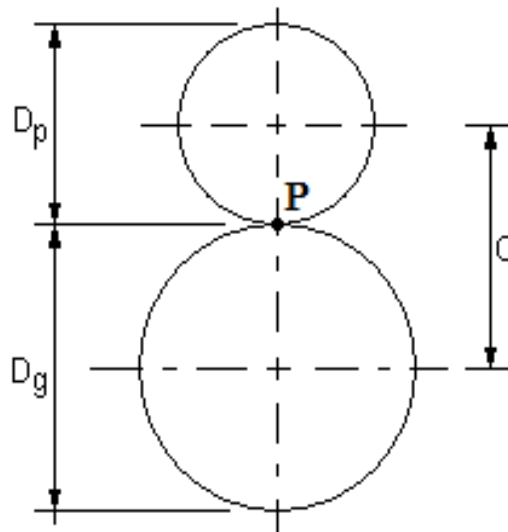


Figura 9. Diámetros de círculo de paso

Fuente: Elaboración propia



Donde:

$C$  = Distancia entre centros

$D_g$  = Diámetro del círculo de paso del engranaje

$D_p$  = Diámetro del círculo de paso del piñón

### A.2. Diámetros del círculo de base ( $d$ )

Corresponde a los diámetros medidos a partir del inicio y final de la línea de acción.

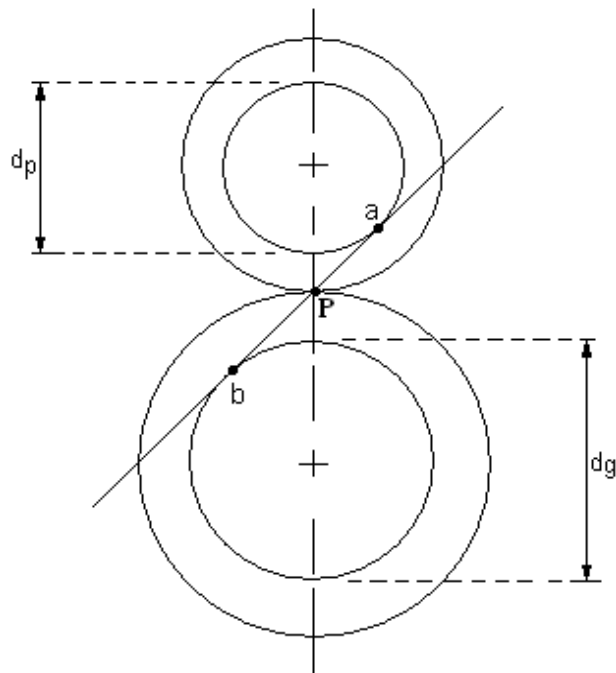


Figura 10. Diámetros de círculo de base

Fuente: Elaboración propia

Podemos calcular el diámetro del círculo base con las siguientes ecuaciones:

$$d_g = D_g \times \cos \emptyset \quad \text{Ecuación..... (1)}$$

$$d_p = D_p \times \cos \emptyset \quad \text{Ecuación..... (2)}$$

Donde:

$d_p$  = Diámetro del círculo de base del piñón

$d_g$  = Diámetro del círculo de base del engranaje

$P$  = Paso

$D_p$  = Diámetro del círculo de paso del piñón

$D_g$  = Diámetro del círculo de paso del engranaje

$\emptyset$  = Ángulo

### A.3. Paso circular ( $P_c$ )

El paso circular de un engranaje recto se define como la distancia sobre el círculo de paso, desde un punto en el diente hasta el punto correspondiente en el diente adyacente.

$$P_c = \frac{\pi D}{Z} = \frac{\pi}{P_d} \quad \text{Ecuación..... (3)}$$

Donde:

$D$  = Diámetro del círculo de paso

$P_c$  = Paso circular

$P_d$  = Paso diametral

$Z$  = Número de dientes

Por lo tanto:

$$P_c = \frac{\pi D_p}{Z_p} \quad \text{Ecuación..... (4)}$$

$$P_c = \frac{\pi D_g}{Z_g} \quad \text{Ecuación..... (5)}$$

Así como también tenemos:

$$P_c = \pi \times m \quad \text{Ecuación..... (6)}$$

Donde:

$D_g$  = Diámetro del círculo de paso del engranaje

$D_p$  = Diámetro del círculo de paso del piñón

$Z_g$  = Número de dientes del engranaje

$Z_p$  = Número de dientes del piñón

$m$  = Módulo

#### A.4. Paso diametral ( $P_d$ )

El paso diametral está definido por el número de dientes que posee el engranaje dividido entre el diámetro del círculo de paso.

$$P_d = \frac{Z}{D} \quad \text{Ecuación..... (7)}$$

Por lo tanto:

$$P_d = \frac{Z_p}{D_p} \quad \text{Ecuación..... (8)}$$

$$P_d = \frac{Z_g}{D_g} \quad \text{Ecuación..... (9)}$$

Donde:

$D$  = Diámetro del círculo de paso

$D_g$  = Diámetro del círculo de paso del engranaje

$D_p$  = Diámetro del círculo de paso del piñón

$P_d$  = Paso diametral

$Z$  = Número de dientes

$Z_g$  = Número de dientes del engranaje

$Z_p$  = Número de dientes del piñón

#### A.5. Ángulo de presión ( $\emptyset$ )

El ángulo de presión  $\emptyset$  de un engranaje se define como el ángulo entre la línea de acción y la dirección de la velocidad en el punto de paso, de modo que la línea de acción gira  $\emptyset$  grados en la dirección de giro del engranaje impulsado, como se indica en la figura 11. Los valores estándar para el ángulo de presión son  $14,5^\circ$ ,  $20^\circ$

y  $25^\circ$ , de los cuales el de  $20^\circ$  es el más común y el de  $14,5^\circ$  se considera obsoleto.  
 (Norton, 2011, pag.547)

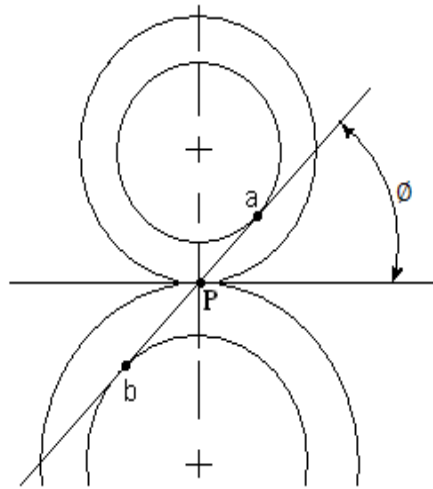


Figura 11: Ángulo de presión

Fuente: Elaboración propia

La figura 12, muestra la geometría de contacto entre dos engranajes los cuales están engranados.

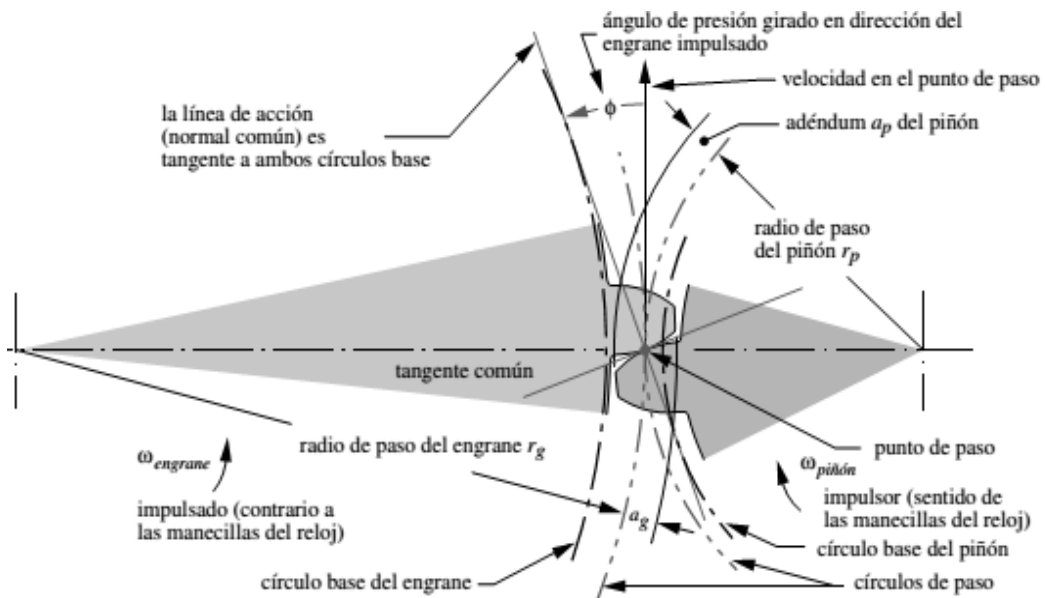


Figura 12. Geometría de contacto y ángulo de presión

Fuente: Norton, 2011

### A.6. Relación de transmisión ( $m_g$ )

La relación de transmisión es la relación existente entre la velocidad angular del piñón y la velocidad angular del engranaje; así como también es una relación entre diámetros o número de dientes.

$$m_g = \frac{D_g}{D_p} = \frac{Z_g}{Z_p} = \frac{n_p}{n_g} \quad \text{Ecuación.....(10)}$$

Donde:

$D_g$  = Diámetro del círculo de paso del engranaje

$D_p$  = Diámetro del círculo de paso del piñón

$n_p$  = RPM del piñón

$n_g$  = RPM del engranaje

$Z_g$  = Número de dientes del engranaje

$Z_p$  = Número de dientes del piñón

### A.7. Módulo (m)

Representa la relación del diámetro de paso con el número de dientes, la unidad de longitud que lo define o que suele emplearse es el milímetro (mm). El modulo (m) es considerado como el paso de los engranajes en el sistema métrico. (Budynas, R.G. y Nisbett, J, 2008, p.656)

El módulo está indicado por números, dos engranajes que engranen tienen que tener el mismo módulo.

$$m = \frac{D}{Z} \quad \text{Ecuación.....(11)}$$

Por lo tanto:

$$m = \frac{25,4}{P_d} \quad \text{Ecuación.....(12)}$$

Donde:

$D$  = Diámetro del círculo de paso

$P_d$  = Paso diametral

$Z$  = Número de dientes

**Tabla 2**

*Módulos Normalizados*

<b>Número de dientes</b>	<b>Ángulo de presión 20°</b>
12	0,245
13	0,261
14	0,277
15	0,290
16	0,296
17	0,303
18	0,309
19	0,314
20	0,322
21	0,328
22	0,331
24	0,337
26	0,346
28	0,353
30	0,359
34	0,371
43	0,397
50	0,409
60	0,422
75	0,435
100	0,447
150	0,460
300	0,472
Cremallera	0,485

Fuente: Hori, 2012

### **A.8. Esfuerzo permisible ( $\sigma_{perm}$ )**

El esfuerzo permisible es el valor que resulta después de aplicarse el factor de seguridad a la resistencia por incertidumbres en la misma.

$$\sigma_{perm} = \frac{S_y}{f \cdot s} \quad \text{Ecuación..... (13)}$$

Donde:

$S_y$  = Resistencia de fluencia

$f.s$  = Factor de seguridad

### A.9. Velocidad tangencial ( $V_t$ )

Es el desplazamiento de un punto dado a través de una trayectoria circular en una unidad de tiempo.

$$V_t = \frac{\pi \times D_p \times n_p}{60\,000} \quad \text{Ecuación..... (14)}$$

Donde:

$D_p$  = Diámetro del piñón

$n_p$  = Numero de rpm del piñón

$V_t$  = Velocidad Tangencial

### A.10. Potencia a transmitir ( $P$ )

Se define como la potencia que se transmite en función de la carga tangencial y su velocidad tangencial.

$$P = \frac{W_t \times V_t}{4\,500} \quad \text{Ecuación..... (15)}$$

Donde:

$V_t$  = velocidad tangencial

$W_t$  = Carga Tangencial

### A.11. Potencia del motor ( $P_m$ )

La potencia del motor se define como la rapidez con la que se realiza un trabajo.

$$P_m = \frac{P_{agitador}}{\eta_{rodamiento} \times \eta_{reductor}} \quad \text{Ecuación..... (16)}$$

Donde:

$P_{agitador}$  = Potencia de la maquina a impulsar

$\eta_{reductor}$  = Eficiencia del reductor

$\eta_{rodamiento}$  = Eficiencia de los rodamientos

## **B. Propiedades del diente del engranaje**

Para el diseño de dientes de engranajes se debe tener en consideración varias propiedades especiales, algunas de ellas se especifican en la figura 8. Algunas de ellas se definirán a continuación.

### **B.1. Adendo, o altura de la cabeza (a)**

Es la distancia radial desde el círculo de paso hasta la el exterior del diente.

### **B.2. Dedendo, o altura del pie (b)**

Es la distancia radial desde el círculo de paso hasta el fondo del espacio del diente.

### **B.3. Holgura radial o claro (c)**

La distancia radial desde el exterior del diente hasta el fondo del hueco entre dientes del engranaje opuesto, cuando el diente es totalmente engranado. La holgura radial está definida como:

$$C = b - a \quad \text{Ecuación..... (17)}$$

Donde:

$a$  = Adéndum

$d$  = Dedéndum

### **B.4. Diámetro exterior ( $D_o$ )**

Es el diámetro del círculo que encierra el exterior de los dientes del engranaje.

$$D_o = D + 2a \quad \text{Ecuación..... (18)}$$



Donde:

$a$  = Adéndum

$D$  = Diámetro de paso

También podemos definirlo en función del paso diametral y del módulo métrico:

$$D_o = \frac{N + 2}{P_d} \quad \text{Ecuación..... (19)}$$

$$D_o = m(N + 2) \quad \text{Ecuación..... (20)}$$

Donde:

$m$  = Módulo

$N$  = Número de revoluciones por minuto

$P_d$  = Paso diametral

### **B.5. Diámetro de raíz ( $D_R$ )**

Se le denomina como diámetro de fondo y es el diámetro que contiene el fondo del espacio de diente, que es la circunferencia de raíz o círculo de raíz. El diámetro de raíz también suele llamarse línea de centros.

$$D_R = D - 2b \quad \text{Ecuación..... (21)}$$

Donde:

$b$  = Dedéndum

$D$  = Diámetro de paso

### **B.6. Altura total ( $h_t$ )**

Asimismo se le denomina profundidad total y es la distancia radial del exterior.

$$h_t = a + b \quad \text{Ecuación..... (22)}$$

Donde:

$a$  = Adéndum

$b$  = Dedéndum

### **B.7. Profundidad de trabajo ( $h_k$ )**

Es la distancia radial que un diente de engranaje se introduce en el espacio entre dientes del engranaje correspondiente.

$$h_k = a + a = 2a \quad \text{Ecuación..... (23)}$$

$$h_t = h_k + c \quad \text{Ecuación..... (24)}$$

Donde:

$a$  = Adéndum

$h_t$  = Altura total

$c$  = distancia entre centros

### **B.8. Espesor del diente ( $e$ )**

Es la longitud de arco, medida en el círculo de paso, de un lado del diente a otro. También se le conoce como espesor circular y su valor teórico es la mitad del paso circular.

$$e = \frac{p}{2} = \frac{\pi}{2P_d} \quad \text{Ecuación..... (25)}$$

Donde:

$p$  = Paso circular base

$P_d$  = Paso diametral

### **B.9. Espacio entre dientes**

Es la longitud de arco, medida desde el lado derecho de un diente hasta el lado izquierdo del siguiente.

### **B.10. Ancho de la cara (F)**

También se le denomina longitud del diente o ancho del flanco, es el ancho del diente medido en dirección paralela al eje del diente.

Para el cálculo se recomienda los siguientes valores:

$$8 m \leq F \leq 12,5 m \quad \text{Ecuación..... (26)}$$

Y los valores límites:

$$6,3 m \leq F \leq 19 m \quad \text{Ecuación..... (27)}$$

Donde:

$F$  = Ancho de Flanco de diente

$m$  = módulo

### **B.11. Chaflán**

También se le llama filete es el arco que une el perfil de involuta del diente con la raíz del espacio entre dientes.

### **B.12. Cara**

Es la superficie del diente de un engranaje, desde el círculo de paso hasta el círculo externo del engranaje.

### **B.13. Flanco**

Es la superficie del diente de un engranaje, desde la raíz del espacio entre dientes, incluyendo el chaflán.

### **B.14. Distancia entre centros (C)**

Es la distancia del centro del piñón al centro del engranaje, es la suma de los radio de paso de los dos engranajes engranados.

$$C = \frac{D_g + D_p}{2} \quad \text{Ecuación..... (28)}$$

Y en función del paso diametral se puede expresar como:

$$C = \frac{n_g + n_p}{2P_d} \quad \text{Ecuación..... (29)}$$

En el sistema de módulo métrico la ecuación es muy parecida.

$$C = \frac{m(n_g + n_p)}{2} \quad \text{Ecuación..... (30)}$$

Así como también:

$$C = \frac{m(Z_p + Z_g)}{2} \quad \text{Ecuación..... (31)}$$

Donde:

$C$  = Distancia entre centros

$D_g$  = Diámetro del círculo de paso del engranaje

$D_p$  = Diámetro del círculo de paso del piñón

$m$  = Módulo

$n_p$  = RPM del piñón

$n_g$  = RPM del engranaje

$P_d$  = Paso diametral

$Z_g$  = Número de dientes del engranaje

$Z_p$  = Número de dientes del piñón

### **B.15. Juego entre dientes o huelgo**

Para resolver posibles problemas, los engranajes prácticos se fabrican con el espacio entre dientes un poco mayor que el espesor del diente y a la diferencia se le llama juego o huelgo.

Existen dos tipos de huelgo o juego, este puede ser angular o lineal. (Mott, 2006, p.315).

**Tabla 3***Juego mínimo, sistema de paso diametral*

<b>Sistemas de paso diametral (juego en pulg)</b>					
$P_d$	<b>Distancia entre centros, <math>C</math> (pulg)</b>				
	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>32</b>
18	0,005	0,006			
12	0,006	0,007	0,009		
8	0,007	0,008	0,010	0,014	
5		0,010	0,012	0,016	
3		0,014	0,016	0,020	0,020
2			0,021	0,025	0,025
1.25				0,034	0,034

Fuente: AGMA, 2002

**Tabla 4***Juego mínimo, sistema de módulo métrico*

<b>Sistemas de módulo métrico (juego en mm)</b>					
<b>Módulo</b>	<b>Distancia entre centros, <math>C</math> (mm)</b>				
	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>200</b>	<b>400</b>	<b>800</b>
1,5	0,13	0,16			
2	0,14	0,17	0,22		
3	0,18	0,20	0,25	0,35	
5		0,26	0,31	0,41	
8		0,35	0,40	0,50	0,70
12			0,52	0,62	0,82
18				0,80	1,00

Fuente: AGMA, 2002

**C. Esfuerzos en engranajes rectos**

Hay dos modos de falla que afectan los dientes de los engranes: fractura por fatiga, debida a la variación de los esfuerzos de flexión en la raíz del diente, y fatiga superficial (picado) en la superficie del diente; cuando se diseñan los engranajes, se deben verificar ambos modos de falla.

El modo más común de falla es el picado, aun cuando se presente desgaste adhesivo o abrasivo (raspado o estriación), sobre todo cuando los engranes no se lubrican de forma apropiada durante el servicio. Se abordarán los dos modos

principales de falla, mediante los procedimientos recomendados por la AGMA.  
(Norton, 2011, p.571)

## D. Métodos para el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos

### D.1. Método Lewis

W. Lewis, en 1892 desarrollo la primera ecuación útil para el esfuerzo de flexión en un diente de engranaje. Reconoció que un diente es una viga en voladizo con sección crítica en la raíz. Iniciando con la ecuación del esfuerzo de flexión en una viga en voladizo, dedujo lo que ahora se conoce como la ecuación de Lewis.

El factor de Lewis toma en cuenta la geometría del diente para determinar su resistencia efectiva en el filete de la raíz. Lewis publicó una tabla de valores de  $Y$  para engranajes con diferentes ángulos de presión y distinto número de dientes; el componente radial  $W_r$  no se toma en cuenta, ya que pone al diente en compresión y actúa para reducir los riesgosos esfuerzos de flexión por tensión, por lo tanto, la omisión del esfuerzo radial es conservadora y también simplifica el análisis.  
(Norton, 2011, p.571)

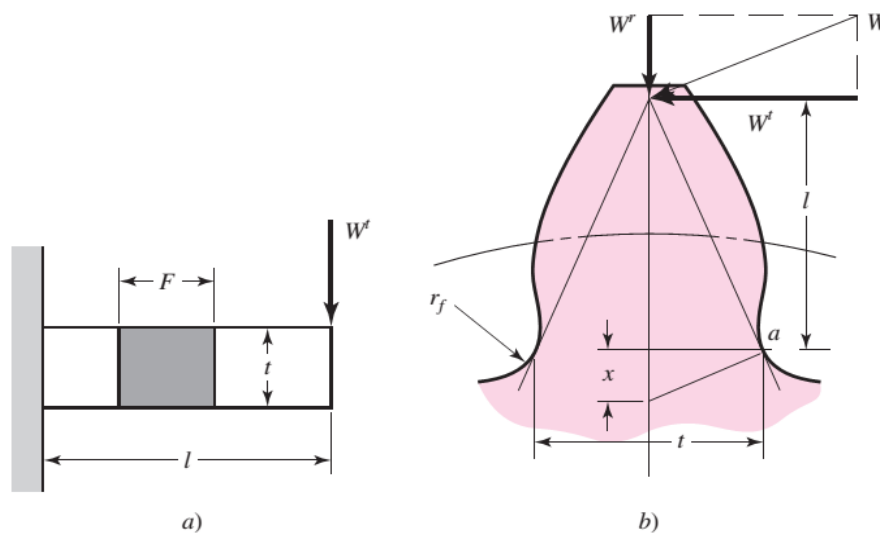


Figura 13. Factores que se usan para determinar el factor Lewis

Fuente: Budynas y Nisbett, 2008

De la figura el esfuerzo flexionante se escribe como:

$$\sigma_b = \frac{M}{I/C} = \frac{6W_t l}{Ft^2} \quad \text{Ecuación..... (32)}$$

Con referencia a la figura 13-b, se supone que el esfuerzo máximo en un diente de engranaje ocurre en el punto a. Mediante triángulos semejantes, se escribe:

$$\frac{t/2}{2} = \frac{l}{t/2} \quad \text{o} \quad x = \frac{t^2}{4l} \quad \text{Ecuación..... (33)}$$

Reacomodando términos en la ecuación (32),

$$\sigma_b = \frac{6W_t l}{Ft^2} = \frac{W_t}{F} \frac{1}{t^2/6l} = \frac{W_t}{F} \frac{1}{t^2/4l} \frac{1}{\frac{4}{6}} \quad \text{Ecuación..... (34)}$$

Si ahora se sustituye el valor de  $x$  de la ecuación (33) en la (34) y se multiplican el numerador y el denominador por el paso circular  $p$ , se obtiene la ecuación (35).

$$\sigma_b = \frac{W_t p}{F \left(\frac{2}{3}\right) xp} \quad \text{Ecuación..... (35)}$$

Haciendo  $y = 2x/3p$ , se tiene que

$$\sigma_b = \frac{W_t}{Fpy} \quad \text{Ecuación..... (36)}$$

Lo anterior completa el desarrollo de la ecuación original de Lewis. El factor  $y$  se conoce como factor de forma de Lewis y se obtiene por medio de una representación gráfica del diente del engranaje o mediante cálculo digital.

Al aplicar dicha ecuación, la mayoría de los ingenieros emplean el paso diametral para determinar los esfuerzos. Esto se hace al sustituir tanto a  $p = \pi/p$  como a  $Y = \pi y$  en la ecuación (36). Esto da:

$$\sigma_b = \frac{W_t x P}{F x Y} \quad \text{Ecuación..... (37)}$$

Donde:

$$Y = \frac{2xP}{3} \quad \text{Ecuación..... (38)}$$

De la ecuación tenemos:

$F$  = Ancho de cara

$P_d$  = Diámetro de paso

$W_t$  = Fuerza tangencial sobre el diente

$Y$  = Factor geométrico adimensional

**Tabla 5**

*Valores de forma del factor Lewis "Y"*

<b>Número de dientes</b>	<b>Ángulo de presión 20°</b>
12	0,245
13	0,261
14	0,277
15	0,290
16	0,296
17	0,303
18	0,309
19	0,314
20	0,322
21	0,328
22	0,331
24	0,337
26	0,346
28	0,353
30	0,359
38	0,384
43	0,397
50	0,409
60	0,422
75	0,435
100	0,447
150	0,460
Cremallera	0,485

Fuente: Budynas y Nisbett, 2008

El empleo de esta ecuación para  $Y$  significa que sólo se considera la flexión del diente y que se ignora la compresión debida a la componente radial de la fuerza.



– **Efectos dinámicos**

Cuando un par de engranajes se impulsa a velocidad moderada o alta y se genera ruido, con toda seguridad se presentan efectos dinámicos. En uno de los primeros esfuerzos para justificar un incremento de la carga debido a la velocidad se empleaba un número de engranajes con el mismo tamaño, material y resistencia.

(Budynas y Nisbett, 2008, p.718)

Carl G. Barth, en el siglo xix fue el primero en expresar el factor de velocidad, que, en términos de las normas actuales AGMA, se representan mediante las ecuaciones.

$$K_v = \frac{600 + V}{600} \quad (\text{hierro fundido, perfil moldeado}) \quad \text{Ecuación..... (39)}$$

$$K_v = \frac{1\ 200 + V}{1\ 200} \quad (\text{perfil cortado o fresado}) \quad \text{Ecuación..... (40)}$$

En unidades SI, las ecuaciones (39) a la (40) se convierten en:

$$K_v = \frac{3,05 + V}{3,05} \quad (\text{hierro fundido, perfil moldeado}) \quad \text{Ecuación..... (41)}$$

$$K_v = \frac{6,1 + V}{6,1} \quad (\text{perfil cortado o fresado}) \quad \text{Ecuación..... (42)}$$

$$K_v = \frac{3,56 + \sqrt{V}}{3,56} \quad (\text{perfil con fresa madre o cepillado}) \quad \text{Ecuación..... (43)}$$

$$K_v = \sqrt{\frac{5,56 + \sqrt{V}}{5,56}} \quad (\text{perfil cepillado o esmerila}) \quad \text{Ecuación..... (44)}$$

Donde V está en metros por segundo (m/s).

Introduciendo el factor de velocidad en la ecuación (37) se obtiene:

$$\sigma = \frac{K_v \times W_t \times P}{F \times Y} \quad \text{Ecuación..... (45)}$$

La versión métrica de esta ecuación corresponde a:

$$\sigma = \frac{K_v \times W_t}{F \times m \times Y} \quad \text{Ecuación..... (46)}$$

Donde:

$F$  = Ancho de cara

$K_v$  = Factor de velocidad

$m$  = Módulo

$W_t$  = Fuerza tangencial sobre el diente

$Y$  = Factor geométrico adimensional

## **D.2. Método AGMA**

El estándar de AGMA se basa en datos, condiciones o aplicaciones típicas o promedio. Los estándares de AGMA están sujetos a una mejora continua, revisión o anulación, según lo dicte la experiencia acrecentada.

Es innegable el aporte que realizado, en el desarrollo de normas y orientaciones para el cálculo de la capacidad de carga de los engranajes de la Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes (AGMA), reconocido como la principal agrupación en el estudio de los engranajes.

La metodología que a continuación se presenta, permite el cálculo de los dientes de los engranajes por resistencia y por fatiga superficial de acuerdo al procedimiento recomendado por AGMA.

### **D.2.1. Cálculo por resistencia**

Las expresiones básicas están dadas por las siguientes relaciones:

$$S_t = \frac{W_t \times K_o \times K_S \times K_m}{K_v \times m \times F \times J} \quad \text{Ecuación..... (47)}$$

$$S_t \leq \frac{S_{at} \times K_L}{K_T \times K_R} \quad \text{Ecuación..... (48)}$$

En caso que se desee calcular la potencia máxima que podrá transmitir los dientes de engranajes, se podrá calcular por la siguiente ecuación:

$$P = 6,98 \times 10^{-7} \left( \frac{D_p \times n_p \times S_{at} \times m \times F \times J \times K_L \times K_V}{K_S \times K_m \times K_T \times K_R \times K_o} \right) \quad \text{Ecuación..... (49)}$$

Donde:

$D_p$  = Diámetro del círculo de paso del piñón

$F$  = Ancho de diente, mm

$J$  = Factor geométrico

$K_L$  = Factor de vida

$K_m$  = Factor de distribución de carga

$K_o$  = Factor de sobrecarga

$K_R$  = Factor de seguridad

$K_S$  = Factor de tamaño

$K_T$  = Factor de temperatura

$K_v$  = Factor dinámico

$m$  = Módulo

$n_p$  = RPM del piñón

$P$  = Potencia a transmitir, cv

$S_t$  = Esfuerzo calculado en la raíz del diente,  $Kgs/mm^2$

$S_{at}$  = Esfuerzo admisible del material,  $Kgs/mm^2$

Para hallar la potencia a transmitir del engranaje se usara la siguiente ecuación:

$$P_g = P_p \left( \frac{S_{at_g} \times J_g}{S_{at_p} \times J_p} \right) \quad \text{Ecuación..... (50)}$$

Donde:

$J_g$  = Factor geométrico del engranaje

$J_p$  = Factor geométrico del piñón

$P_g$  = Potencia del engranaje

$P_p$  = Potencia del piñón

$Sat_g$  = Esfuerzo admisible del material del engranaje

$Sat_p$  = Esfuerzo admisible del material del piñón

De la ecuación tenemos:

#### — Factor dinámico ( $K_v$ )

Los factores dinámicos se emplean para tomar en cuenta imprecisiones en la fabricación y acoplamiento de dientes de engranajes en movimiento.

- Los errores de espaciamento y de perfil de los dientes.
- La velocidad tangencial.
- La inercia y rigidez de los elementos giratorios.
- La carga a transmitir por unidad de ancho del diente.
- La rigidez del diente.

El factor dinámico se puede evaluar utilizando las curvas del Apéndice A14, de la siguiente manera:

- **Curva (1):** Para engranajes de alta precisión o rectificadas sometidos a cargas dinámicas pequeñas.
- **Curva (2):** Para engranajes de alta precisión afeitados o rectificadas sometidos a cargas dinámicas.
- **Curva (3):** Para engranajes acabados con fresa madre o cepillados.

- **Curva (4):** Para engranajes tallados y acabados con fresa de roseta o generados sin mayor precisión.

– **Factor de sobrecarga ( $K_o$ )**

Este factor de sobrecarga tiene como finalidad tomar en cuenta todas las cargas que se aplican de manera externa en exceso de la carga tangencial nominal  $W_t$  en una aplicación particular.

Existen otros factores similares como el factor de aplicación o del servicio. Estos factores se establecen después de obtener una considerable experiencia de campo para una aplicación particular.

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales, y engranajes cónicos se mencionaran el uso de tablas a continuación:

- Se utilizara el Apéndice A7 de acuerdo a las características de las maquinas indicadas en el Apéndice A6.
- En caso de utilizar el Apéndice A5, hacer :  $K_L = K_R = K_T = 1,0$

– **Factor de distribución de carga ( $K_m$ )**

Este es un factor crítico en la evaluación de la capacidad de carga de los engranajes. Depende de los desalineamientos de los ejes, de los errores del perfil del diente, de las deflexiones elásticas de los ejes, cojinetes y ruedas. Estos originan que el contacto entre los dientes no sea uniforme en todo el flanco o se efectuó solamente un contacto parcial. (Hori, 2012, p.107)

Para los Engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales:

- Se utilizara el Apéndice A9, para aplicaciones en general.

- Se utilizara el Apéndice A8, para casos que se desee diseñar engranajes con ancho mayor que lo normal y se requiera un control de alineamiento.

– **Factor de tamaño ( $K_S$ )**

El factor de tamaño refleja la falta de uniformidad de las propiedades del material, debido al tamaño.

El factor de tamaño depende fundamentalmente del paso del diente, de los diámetros de las ruedas, de la relación del tamaño del diente y diámetro de la rueda, del ancho del diente, de la relación entre la profundidad de la capa endurecida y el espesor del diente, tipo de tratamiento térmico y dureza del material. (Hori, 2012, p.106)

Para Engranajes cilíndricos rectos, helicoidales y bi-helicoidales se usara lo siguiente.

- Se utilizara  $K_S = 1,00$  para engranajes de acero adecuadamente seleccionado y con tratamiento térmico correcto.
- Para engranajes endurecidos superficialmente, se pueden usar valores de  $K_S$  que varían de 1,00 para módulos 2,5; hasta 1,25 que corresponde a un módulo de 25.

– **Factor geométrico ( $J$ )**

Es un factor que contempla la forma geométrica del perfil del diente, la posición de la carga que más daño puede ocasionar al diente, la concentración de esfuerzos y la repartición de la carga entre los dientes.

En lo que respeta a la geometría, se toma en cuenta el ángulo de presión, el número de dientes y la altura de estos. (Hori, 2012, p.107)

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos:

- Se utilizara los Apéndices A15 y A16 complementadas con el Apéndice A17 para determinar los factores geométricos. Se supone que los factores teóricos de concentración de esfuerzos no son afectados mayormente por el grado de acabado superficial, plasticidad, esfuerzos residuales y por otros factores.
- El Apéndice A17 da las variaciones en acción de medidos en el paso base ( $P_b$ ) de las ruedas y que permiten determinar la existencia o no de la repartición de la carga. Si los errores son menores que los de la curva (2) del Apéndice A17, usar las curvas superiores de los Apéndices A15 y A16, y si los errores son mayores que los de la curva (1), utilizar las curvas inferiores de los Apéndices A15 y A16.

– **Factor de vida ( $K_L$ )**

Es difícil precisar el factor de vida en los cálculos de los engranajes, ya que, los esfuerzos producidos no son proporcionales a las cargas y la concentración de esfuerzos varía con el número de ciclos.

Se utilizara el Apéndice A10 para determinar el factor de vida.

– **Esfuerzo admisible del material ( $S_{at}$ )**

Los esfuerzos admisibles del material usados en el diseño de los engranajes varían en forma considerable con el tratamiento térmico, métodos de forjado, métodos de fundición y de la composición química del material.

Se utilizara el Apéndice A11 para los valores de  $S_{at}$  por fatiga recomendado por la AGMA.

– **Factor de temperatura**

El factor de temperatura, utilizado para ajustar el valor el esfuerzo admisible considerando la temperatura del aceite de lubricación.

- Se utilizara  $K_T = 1,00$  para engranajes que operen a temperatura que no excedan de 71 °C (160 °F).
- Utilizar  $K_T > 1,00$  para engranajes endurecidos superficialmente y que operan a temperaturas por encima de 71 °C.

$$K_T = \frac{273 + T}{344} \quad \text{Ecuación..... (51)}$$

Siendo:

T = Temperatura máxima del aceite en °C

Para engranajes cónicos que operen a temperaturas por encima de 71 °C. Para algunos casos particulares pueden ser usados engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales.

– **Factor de Seguridad (  $K_R$  )**

Este factor es llamado también, factor de confiabilidad.

- Se utilizara la tabla (6), cuando se efectuó el cálculo por resistencia a la fatiga.
- Se utilizara la tabla (7), cuando el cálculo se realice por el esfuerzo de fluencia del material, en especial, cuando se desee prevenir contra cargas de pico que pudieran actuar sobre los dientes de engranajes.

**Tabla 6**

*Factor de seguridad respecto a la resistencia a la fatiga*

<b>REQUERIMIENTO</b>	<b><math>K_R</math></b>
Alta confiabilidad	$\geq 1,50$
De 100 falla uno	1,00
De 3 falla uno	0,70

Fuente: Hori, 2012



**Tabla 7**

*Factor de seguridad respecto a la resistencia a la fluencia*

<b>REQUERIMIENTO</b>	<b><math>K_R</math></b>
Alta confiabilidad	$\geq 3,00$
Diseño normal	1,33

Fuente: Hori, 2012

### **D.2.2. Cálculo por fatiga superficial**

La durabilidad superficial mide la resistencia de los dientes de engranajes relacionándolos al fenómeno de fatiga conocido con el nombre de “picaduras”.

Se puede usar una fórmula general aplicable a engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales, y engranajes cónicos, para calcular la carga límite que prevenga el efecto destructivo de la picadura.

Las informaciones se darán a continuación, son aplicables a engranajes exteriores, salvo indicaciones contrarias.

La fórmula fundamental está dado por la expresión:

$$S_c = C_p \sqrt{\frac{W_t \times C_o \times C_s \times C_m \times C_f}{C_v \times C_p \times F \times I}} \quad \text{Ecuación..... (52)}$$

Y se debe tener:

$$S_c \leq S_{ac} \left( \frac{C_L \times C_H}{C_T \times C_R} \right) \quad \text{Ecuación..... (53)}$$

También se puede calcular la potencia máxima que se podrá transmitir, por la expresión:

$$P = 6,98 \times 10^{-7} \left( \frac{n_p \cdot F \cdot C_v \cdot I}{C_o \cdot C_s \cdot C_m \cdot C_f} \right) \left( \frac{S_{ac} \cdot D_p \cdot C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R \cdot C_p} \right)^2 \quad \text{Ecuación..... (54)}$$

Donde:

$C_f$  = Factor de condición superficial

$C_L$  = Factor de vida

$C_m$  = Factor de distribución de carga

$C_o$  = Factor de sobrecarga

$C_P$  = Coeficiente que depende de las propiedades elásticas del material

$C_R$  = Factor de seguridad

$C_S$  = Factor de tamaño

$C_T$  = Factor de temperatura

$C_v$  = Factor dinámico

$D_p$  = Diámetro del círculo de paso del piñón

$F$  = Ancho de diente, mm

$I$  = Factor geométrico

$m$  = Módulo

$n_p$  = RPM del piñón

$P$  = Potencia a transmitir, cv

$S_c$  = Esfuerzo de contacto calculado

$S_{ac}$  = Esfuerzo admisible de contacto

$W_t$  = Carga tangencial transmitida, aplicado en el diámetro de paso

Para hallar la potencia máxima del engranaje usaremos la ecuación:

$$P_g = P_p \left( \frac{S_{ac_g} \times I_g}{S_{ac_p} \times I_p} \right) \quad \text{Ecuación..... (55)}$$

Donde:

$I_g$  = Factor geométrico del engranaje

$I_p$  = Factor geométrico del piñón

$P_g$  = Potencia del engranaje

$P_p$  = Potencia del piñón

$Sac_g$  = Esfuerzo admisible de contacto del engranaje

$Sac_p$  = Esfuerzo admisible de contacto del piñón

De la ecuación tenemos:

– **Coefficiente que depende de las propiedades elásticas del material ( $C_p$ )**

De acuerdo con la teoría de Hertz, referente al esfuerzo de contacto entre cilindros, se tiene la ecuación n°56.

$$C_p = \sqrt{\frac{K}{\pi \left( \frac{1 - \mu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \mu_g^2}{E_g} \right)}} \quad \text{Ecuación..... (56)}$$

Donde:

Se utilizara  $K=1,0$ ; para engranajes con contacto no localizado, tales como engranajes cilindricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales.

Se utilizara  $K=1,5$ ; para engranajes con contacto localizado, como los engranajes cónicos.

Se utilizara el Apéndice A12, para los engranajes cilindricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales.

– **Factor de sobrecarga ( $C_o$ )**

Este factor contempla las sobrecargas producidos por las máquinas motrices y movidas de acuerdo a sus características de funcionamiento.

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales, y engranajes cónicos:

- Se utilizara el Apéndice A5, para los valores de  $C_o$ , y hacer,  $C_R = C_L = 1,00$
- Se utilizara el Apéndice A7, complementado con el Apéndice A6, para casos en que no se disponga de información precisa.

– **Factor dinámico ( $C_v$ )**

Este factor depende de los errores de espaciamiento entre los dientes, del perfil del diente, la velocidad tangencial, la inercia y rigidez de los elementos giratorios, la carga a transmitir por unidad de ancho del diente, la rigidez del diente y de las propiedades del lubricante. (Hori, 2012, p.111)

El factor  $C_v$  se evalúa utilizando las curvas del Apéndice A18:

- **Curva (1):** Engranajes de alta precisión afeitados o rectificadas sometidos a cargas dinámicas pequeñas.
- **Curva (3):** Engranajes de alta precisión afeitados o rectificadas sometidos a cargas dinámicas.
- **Curva (4):** Engranajes acabados con fresa madre o afeitados.
- **Curva (5):** Engranajes tallados con fresa de roseta o generados sin mayor precisión.

– **Factor de tamaño ( $C_S$ )**

Este factor depende del tamaño de los dientes de los diámetros de ruedas, de la relación entre el tamaño del diente y el diámetro de rueda, del ancho del diente, de la relación entre la profundidad de la capa endurecida y tamaño del diente, y del tipo de tratamiento térmico. (Hori, 2012, p.112)

- Se utilizara  $C_S = 1,00$ ; para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales, y engranajes cónicos en aplicaciones generales.
- Utilizar  $C_S = 1,25$ ; para engranajes endurecidos superficialmente por carburización y con módulo igual o mayor de 12.

– **Factor de distribución de carga ( $C_m$ )**

Este factor evalúa los efectos de la distribución de la carga en el flanco del diente. Depende del desalineamiento de los ejes, de la desviación del ángulo de la hélice, de la deflexión elástica del eje, de bastidores y de los soportes de los ejes. (Hori, 2012, p.112)

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos:

- Se utilizara el Apéndice A9, cuando no se disponga de datos de desalineamientos.
- Se utilizara el Apéndice A8, para cálculos de engranajes de ancho apreciable. Da resultados razonables.

– **Factor geométrico ( $I$ )**

Este factor mide los efectos de las proporciones dimensionales, tales como, el ángulo de presión, la repartición de carga entre los dientes, la relación de transmisión, la longitud de la línea de contacto, la longitud de acción y el paso base.

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos:

- Se utilizaran los Apéndices A19 y A20. Los valores que dan estas figuras son para las peores condiciones de contacto, es decir que un par de dientes en contacto toma toda la carga.

– **Factor de temperatura ( $C_T$ )**

Se utilizara,  $C_T = 1,00$  para engranajes de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales, y engranajes cónicos que operan a temperaturas que no excedan a 121 °C (250 °F).

Se utilizara,  $C_T > 1,00$  para engranajes con dientes carburizados que operen a temperaturas mayores de 71 °C.

Cuando no se disponga de datos confiables, se pueden hacer uso por el momento de las siguiente formula empírica, para engranajes que operan a temperaturas por encima de 71 °C.

$$C_T = \frac{273 + T}{344} \quad \text{Ecuación..... (57)}$$

– **Esfuerzos admisibles de contacto ( $S_{ac}$ )**

Los esfuerzos admisibles de contacto dependen de la composición química del material, de las propiedades mecánicas, del número de ciclos del trabajo, de la temperatura, del tamaño del diente, de los esfuerzos residuales, y del tipo de tratamiento térmico superficial; utilizar el Apéndice A13.

– **Factor de vida ( $C_L$ )**

Este factor ajusta la carga permisible para un determinado número de ciclos de operación; utilizar el Apéndice A21.

– **Factor de relación de dureza ( $C_H$ )**

Este factor depende de la relación de transmisión, de las durezas del piñón y del engranaje.

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos usar  $C_H = 1,00$ .

– **Factor de seguridad ( $C_R$ )**

El uso de este factor, permite el diseñador una oportunidad de calcular las ruedas dentadas con una buena confiabilidad o de diseñarlo con un determinado riesgo. Se deberá tener presente que las fallas por la fatiga superficial no son bruscas y se manifiestan por un acortamiento de la vida del elemento. (Hori, 2 012, p.115)

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales y bi-helicoidales, y engranajes cónicos, use la tabla (8) para cálculos en general.

**Tabla 8**

*Factor de seguridad*

<b>REQUERIMIENTO</b>	<b><math>C_R</math></b>
Alta confiabilidad	$\geq 1,25$
De 100 falla uno	1,00
De 3 falla uno	0,80

Fuente: Hori, 2012

– **Factor de condición superficial ( $C_f$ )**

Este factor depende del acabado superficial, de los esfuerzos residuales y de los efectos de plasticidad.

Para engranajes cilíndricos de dientes rectos, helicoidales, y bi-helicoidales, y engranajes cónicos:

- Utilizar  $C_f = 1,00$ ; para engranajes con buen grado de acabado superficial.
- Utilizar  $C_f = 1,25$ ; para engranajes con acabado deficiente o cuando existía posibilidad de esfuerzos residuales.
- Utilizar  $C_f = 1,00$ ; para engranajes con acabado rugoso y con esfuerzos residuales.

#### **2.2.4. Agitadores**

En la ingeniería de operaciones y procesos la agitación es una operación básica para mezclar fluidos, las distintas funciones de la agitación que se puede desempeñar; se clasifican en cinco operaciones básicas:

- Homogeneización de un fluido
- Suspensión de un sólido en un líquido
- Emulsión de dos fluidos insolubles
- Inyección de gas
- Intercambio térmico entre fluido y superficie de enfriamiento.

##### **A. Tipos de impulsores**

Los principales tipos de impulsores son de palas, turbinas y hélices. Existen otros tipos, los tipos de impulsores citados solucionan entre un 95 y 100 % los problemas de agitación.

##### **A.1. Impulsores de pala**

Este tipo de impulsores giran sobre un eje vertical y cumplen eficazmente problemas sencillos de agitación. Son más comunes los agitadores de dos y cuatro palas.

Los agitadores de palas giran a velocidades entre 20 y 150 rpm, la longitud total de un rodete de palas comprende entre el 50 y el 80 % del diámetro interior del estanque y la anchura de la pala es de 1/6 a 1/10 de su longitud. (Castillo, 2013, p.14)



– **De pala tipo ancla**

Este tipo de impulsor se ajusta a los contornos interiores de las paredes del estanque, girando por esta superficie con una muy pequeña holgura como muestra la figura 14, cubren entre un 50 u 80 % de este.

Previene la adhesión de materiales sólidos pegajosos sobre su superficie y originan una buena transferencia de calor con las paredes (Características principales indicadas en Tabla 9). Su capacidad de mezcla con respecto a otros sistemas no es óptima. (Castillo, 2013, p.15)

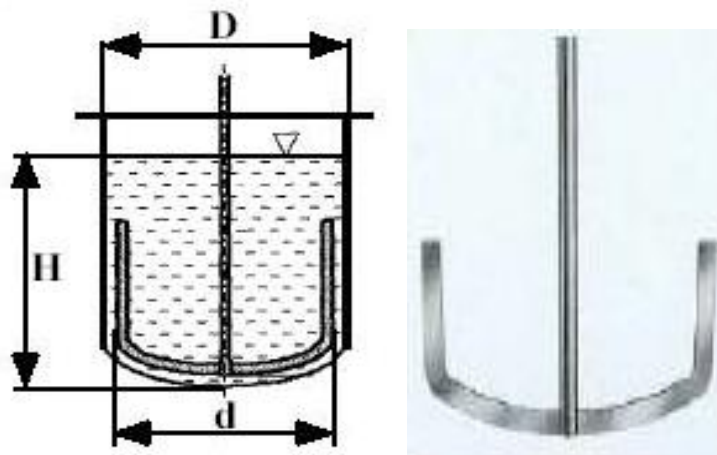


Figura 14: Pala tipo Ancla

Fuente: Ansó y Barge, 2004

**Tabla 9**

*Características del Impulsor tipo Ancla*

Descripción	Dos brazos que llegan cerca de la pared. Forma adaptada al fondo y a las paredes del estanque.
Campo de flujo generado	Tangencial
Régimen alcanzado	Laminar
Velocidad tangencial	hasta 2 m/s
Viscosidad del medio	hasta 1 000 Pa.s
Posición del rodete ( $d_2 / d_1$ )	0,9 – 0,98 (cerca de la pared)
Aplicaciones	Favorecer el intercambio de calor Disminuye la capa límite en la pared

Fuente: Ansó y Barge, 2004

– **De pala tipo paleta o rejilla**

Este tipo de impulsor trabaja a bajas velocidades, en estanques amplios y bajos. Es utilizado principalmente para fluidos muy viscosos que requieren poco esfuerzo de corte.

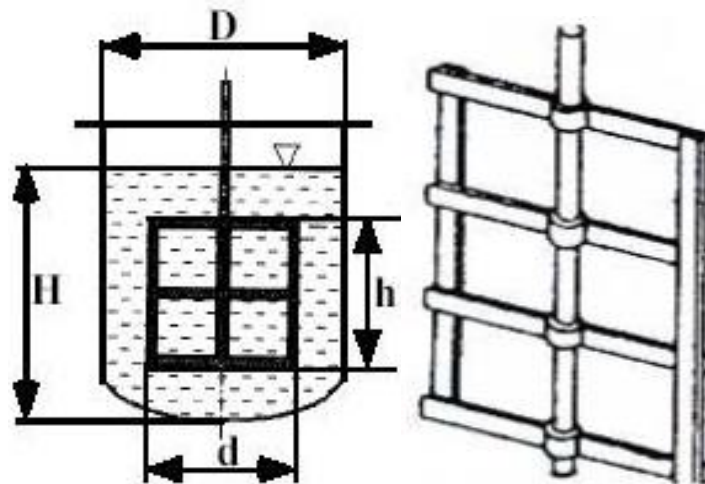


Figura 15: Pala tipo paleta o rejilla

Fuente: Ansó y Barge, 2004

**Tabla 10**

Características del impulsor tipo paleta o rejilla

Descripción	Conforman una estructura de malla
Campo de flujo generado	Tangencial
Régimen alcanzado	Laminar
Velocidad tangencial	hasta 2 – 5 m/s
Viscosidad del medio	hasta 10 Pa.s

Fuente: Ansó y Barge, 2004

**A.2. Impulsores de hélice**

Este tipo de impulsor genera un flujo axial y trabaja a altas velocidades es utilizado para líquidos de baja viscosidad. Las hélices pequeñas pueden girar utilizando transmisión directa a una velocidad que varía entre 1150 y 1750 rpm; las hélices grandes pueden girar entre 400 y 800 rpm, el flujo producido es altamente

turbulento, por lo que se requiere placas deflectoras; se utiliza para homogenizar, suspender fluidos y favorecer el intercambio de calor. (Castillo, 2013, p.17)

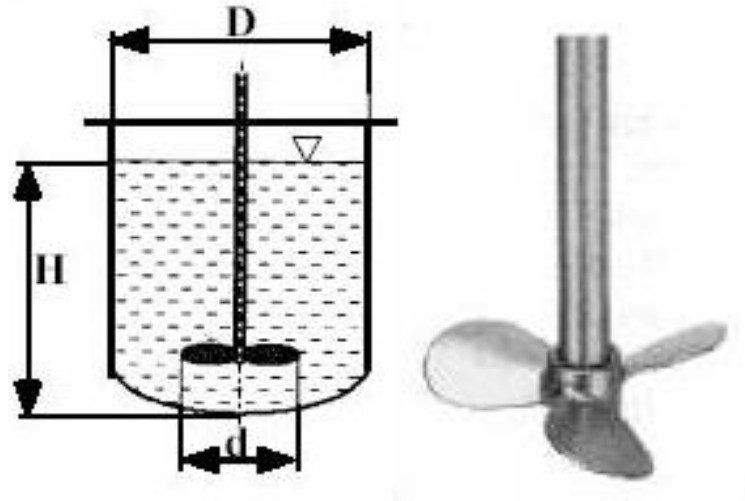


Figura 16: Impulsor de hélice

Fuente: Ansó y Barge, 2004

**Tabla 11**

*Características del impulsor de hélice*

Descripción	Generalmente utilizan 3 alabes o paletas
Campo de flujo generado	Axial
Régimen alcanzado	Turbulento
Velocidad tangencial	3 – 15 m/s
Viscosidad del medio	< 8 Pa.s

Fuente: Ansó y Barge, 2004

### **A.3. Impulsores de turbina**

El impulsor de turbina se constituye de numerosas palas cortas, las cuales giran a medias y altas velocidades sobre un eje montado centralmente en el estanque.

Este impulsor trabaja a velocidades medias de 100 a 300 rpm y elevadas de 300 a 1000 rpm, las placas pueden ser rectas o curvas, inclinadas o verticales; el impulsor puede ser abierto, semi-cerrado o cerrado.

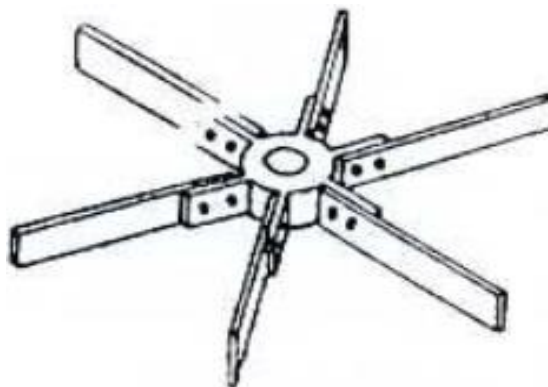
El diámetro varía entre un 30 y 50 % del diámetro del estanque. Los impulsores de turbina son eficaces para un amplio intervalo de viscosidades; en

líquidos de baja viscosidad los impulsores de turbina generan fuertes corrientes que se distribuyen por todo el estanque, destruyendo bolsas de fluido estancado. Cerca del impulsor se produce una zona de corrientes rápidas, una elevada turbulencia y un intenso esfuerzo de corte. (Castillo, 2013, p.18)

Las corrientes generadas son radiales y tangenciales, los componentes tangenciales inducen la formación de vórtices y remolinos; para evitar los vórtices y remolinos se utilizan placas deflectoras o mediante un anillo difusor para lograr que la agitación sea más eficaz.

#### – **De turbina tipo hojas planas**

El impulsor de turbina genera un flujo radial que se desplaza hacia las paredes del estanque, el diseño de este agitador es versátil y simple; se utiliza para fluidos cuya viscosidad alcanza hasta los 0.11 Pa.s.



*Figura 17:* Turbina tipo hojas planas

Fuente: Castillo, 2013

#### – **De turbina tipo hojas inclinadas**

Este impulsor combina el flujo radial y flujo axial, es utilizado para homogeneizar y mejorar la transferencia de calor con las paredes o serpentines en el interior del estanque.

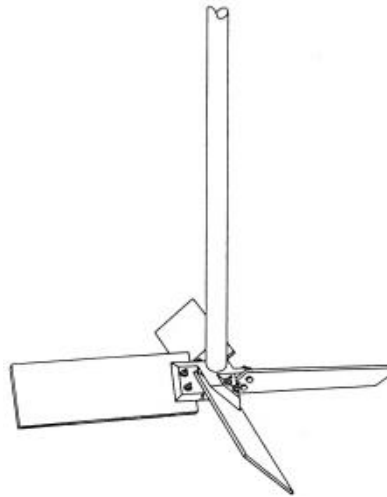


Figura 18: Turbina tipo impulsor de hojas inclinadas

Fuente: Lujan, 2009

*Características de turbina de hojas inclinadas*

**Tabla 12**

*Características de turbina de hojas inclinadas*

Descripción	3 palas inclinadas curvadas hacia atrás en dirección del flujo.
Campo de flujo generado	Axial / Radial
Régimen alcanzado	De transición / Turbulento
Velocidad tangencial	3 – 8 m/s
Viscosidad del medio	Hasta 100 Pa.s

Fuente: Castillo, 2013

**– De turbina tipo hojas planas y disco**

Este impulsor combina el flujo radial y flujo axial, es utilizado para homogeneizar y mejorar la transferencia de calor con las paredes o serpentines en el interior del estanque.

Este impulsor produce corrientes radiales y axiales, el disco que tiene produce un efecto estabilizante. También se encuentran con hojas curvas y su diámetro cubre entre un 30 y 50 % del diámetro del estanque.



Figura 19. Turbina hojas planas y disco

Fuente: Lujan, 2009

**Tabla 13**

*Características de Turbina hojas planas y disco*

Descripción	3 palas rectas
Campo de flujo generado	Radial
Régimen alcanzado	Turbulento
Velocidad tangencial	3 – 7 m/s
Viscosidad del medio	Hasta 10 Pa.s

Fuente: Castillo, 2013

## B. Semejanzas geométricas

Para la realización del diseño del agitador se tomaran en cuenta un gran número de variables, entre ellas tenemos las siguientes:

- Diámetro del estanque ( $D_t$ )
- Diámetro de las palas ( $D_a$ )
- Altura del fluido (H)
- Ancho y cantidad de las placa deflectoras (J)
- Distancia desde el fondo del estanque hasta el impulsor (E)

Las semejanzas geométricas del impulsor tipo turbina a desarrollar se indican tabla 14.

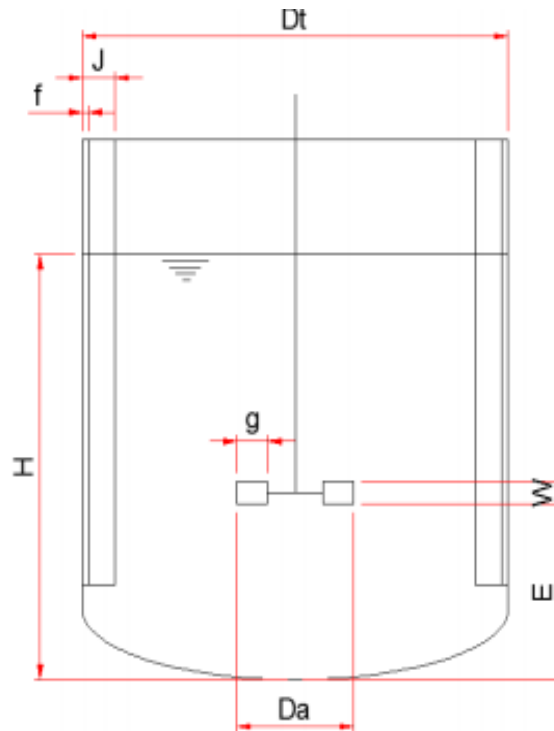


Figura 20. Semejanzas geométricos impulsor tipo turbina

Fuente: Castillo, 2013

**Tabla 14**

Semejanzas geométricas impulsor tipo turbina

$H/D_t = 1$	$D_a/D_t = 0,33$	$E/D_t = 0,33$
$W/D_a = 0,2$	$g/D_a = 0,25$	$J/D_t = 0,1$
	$W/D_a = 0,02$	

Fuente: Castillo, 2013

### C. Potencia del agitador

Para obtener un proceso de agitación eficaz, el volumen del fluido agitado debe ser capaz de llegar hasta las partes más lejanas del estanque, donde la velocidad de circulación no es el único factor importante, sino que la turbulencia del fluido puede llegar a determinar la eficacia de la operación. La turbulencia es una consecuencia de que las corrientes estén adecuadamente dirigidas y que logren generar grandes

gradientes de velocidad en el líquido. Todos estos parámetros consumen energía y por lo tanto es de gran importancia conocer la potencia consumida con el fin de cumplir a cabalidad los objetivos deseados.

Se puede conocer la potencia consumida por el agitador a través de números adimensionales, relacionando por medio de gráficos el número de Reynolds y el número de potencia. Estos gráficos van a depender de las características geométricas del agitador y de la presencia o no de placas deflectoras. (Castillo, 2013, p.14)

– **Número de Reynolds ( $R_e$ )**

El número de Reynolds es una expresión adimensional que permite caracterizar el movimiento de un fluido. Relaciona densidad, viscosidad, velocidad y la dimensión típica de un flujo. La presencia o ausencia de turbulencia en un fluido que se agita se puede relacionar con un número de Reynolds. (Castillo, 2013, p.34)

$$R_e = \frac{Nd^2\rho}{\mu} \quad \text{Ecuación..... (58)}$$

Donde:

$N$  = Velocidad de rotación (rps)

$d$  = Diámetro del agitador (m)

$\rho$  = Densidad del agitador ( $\text{kg/m}^3$ )

$\mu$  = Viscosidad (Pa.s)

El valor del número de Reynolds define si el carácter del fluido es turbulento o laminar. También se considera que el paso entre el régimen laminar y el turbulento no es inmediato, pasando por una zona de transición. Se define de la siguiente manera:

- Régimen laminar:  $Re < 10$



- Régimen transitorio:  $300 < Re < 10\ 000$
  - Régimen turbulento:  $Re > 10\ 000$
- **Número de potencia ( $N_p$ )**

El número de Potencia es proporcional a la relación entre la fuerza de rozamiento que actúa sobre una unidad de área del impulsor y la fuerza de inercia. Cuando el estanque contiene placas deflectoras, el  $N_p$  tiene una buena correlación con el número de Reynolds. Cuando existe régimen turbulento,  $N_p$  tiene valor constante. (Castillo, 2013, p.35)

$$N_p = \frac{P}{N^3 d^5 \rho} \quad \text{Ecuación..... (59)}$$

Donde:

$P$  = Potencia de agitación del impulsor (watts)

$N$  = Velocidad de rotación (rps)

$d$  = Diámetro del agitador (m)

$\rho$  = Densidad del agitador ( $\text{kg/m}^3$ )

$\mu$  = Viscosidad (Pa.s)

### 2.3. Definición de términos

- Adendo o altura de la cabeza: Es la distancia radial desde el círculo de paso hasta la el exterior del diente.
- Ancho de la cara: También se le denomina longitud del diente o ancho del flanco, es el ancho del diente medido en dirección paralela al eje del diente.
- Cara: Es la superficie lateral del diente limitada por la circunferencia primitiva y la circunferencia del adendo.

- Chaflán: También se le llama filete es el arco que une el perfil de involuta del diente con la raíz del espacio entre dientes.
- Dedendo o altura del pie: Es la distancia radial desde el círculo de paso hasta el fondo del espacio del diente.
- Diámetro exterior: Es el diámetro del círculo que encierra el exterior de los dientes del engranaje.
- Diámetro de raíz: También se le llama diámetro de fondo y es el diámetro que contiene el fondo del espacio de diente, que es la circunferencia de raíz o círculo de raíz.
- Diente de engranaje: Son los que realizan el esfuerzo de empuje y transmiten la potencia desde los ejes motrices a los ejes conducidos
- Distancia entre centros: Es la distancia del centro del piñón al centro del engranaje, es la suma de los radio de paso de los dos engranajes engranados.
- Espesor de diente: Es la longitud del arco, medida en el círculo de paso, de un lado de un diente al otro lado. También se le llama espesor circular y su valor teórico es la mitad del paso circular.
- Flanco: Es la superficie del diente de un engranaje, desde la raíz del espacio entre dientes, incluyendo el chaflán.
- Juego: Es la diferencia entre el ancho del espacio y el grueso del diente.
- Módulo: Es la relación entre el diámetro de paso y el número de dientes.
- Longitud de diente: Se le llama también ancho de cara o ancho del flanco, es el ancho del diente medido en dirección paralela al eje del engranaje.
- Paso diametral: El paso diametral está definido por el número de dientes del engranaje respecto al diámetro del paso.

## **CAPÍTULO III**

### **MÉTODO**

#### **3.1. Tipo de investigación**

El tipo de investigación descriptiva porque utilizara la información recolectada centrándose en los diferentes métodos para la fabricación de engranajes cilíndricos de dientes rectos y así se compararan los métodos entre sí a partir de los resultados obtenidos.

Su propósito es solucionar problemas prácticos, así como también brindar una nueva utilidad del conocimiento.

#### **3.2. Diseño de investigación**

La presente investigación corresponde a una investigación no experimental debido a que no se efectúa manipulación de variable alguna. De acuerdo a la clasificación de estos autores, el estudio está contemplado dentro del diseño de tipo transversal o transeccional porque la recolección de los datos se hace en un solo momento o en un tiempo único.

#### **3.3. Población y muestra**

No se trabajara con población, ni muestra ya que no se requiere realizar un trabajo de muestreo, o trabajo de tipo social.

## **CAPÍTULO IV**

### **ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS**

#### **4.1. Presentación de resultados**

En este capítulo se presenta y analiza los resultados obtenidos. Los cuales son obtenidos mediante la aplicación de métodos para el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos como son: el método AGMA y el Lewis, con los resultados obtenidos se realizara una análisis para determinar el mejor método, el más eficiente en relación a su diseño; así como también se comparara los resultados obtenidos con el programa de simulación SolidWorks para obtener una mejor análisis.

Los resultados en mención se presentan y analizan de acuerdo a los objetivos e hipótesis planteados y se reflejan en las tablas de este capítulo para el análisis respectivo.

##### **4.1.1. Diseño de agitador de fluidos**

###### **A. Datos de entrada**

El diseño del agitador a desarrollar tiene la necesidad de lograr una agitación rápida y una mezcla homogénea de agua y cal, los datos para el diseño del agitador se muestran en la tabla n°15.

**Tabla 15**

*Datos para diseño de Agitador*

Fluido a agitar	Solución de Cal y agua
Densidad fluido	1 150 kg/m <sup>3</sup>
Viscosidad máxima	1 mPas
Presión de operación	1 bar abs.
Temperatura de trabajo	10 a 40 °C
Diámetro del estanque	1 500 mm
Altura del estanque	1 800 mm
Tapa estanque	Curva
Fondo	Plano
Volumen de llenado	3 m <sup>3</sup>

Fuente: Elaboración propia

## **B. Parámetros de diseño**

- El impulsor seleccionado será un impulsor de turbina de hojas planas y disco de 6 palas, porque este tipo de impulsor se utiliza para fluidos de baja viscosidad y velocidades medias o altas.
- Para un óptimo diseño y evitar los vórtices en el agitador de fluidos y reducir de esta manera los esfuerzos que actúen sobre el mismo; se utilizara placas deflectoras.
- El tipo de impulsor seleccionado es más económico en la actualidad así como también es fácil de construir respecto a otros tipos agitadores.
- Para seleccionar un motor óptimo, este debe cumplir con las siguientes condiciones: Estar expuesto a la intemperie y trabajar a velocidades moderadas o medias con el fin de reducir el consumo de potencia.
- La velocidad media para turbinas es de 100 a 300 rpm, para hallar los cálculos del agitador de fluidos, se trabajara con una velocidad de 150 rpm.

- Considerando el ambiente en que trabajara el agitador, se utilizara acero inoxidable del tipo 304, por su capacidad de resistencia a la corrosión, ambientes húmedos, bajas y altas temperaturas.

### **C. Dimensiones generales del agitador**

#### **– Distancia fondo a base del impulsor (E)**

Para hallar la distancia fondo a base del impulsor utilizaremos la ecuación de la tabla n°14, pág. 53:

$$\frac{E}{D_t} = 0,33$$

$$E = 0,33 \times D_t$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_t = 1\ 500\ mm$$

Reemplazando en la ecuación:

$$E = 0,33 \times 1\ 500\ mm$$

$$E = 495\ mm$$

#### **– Diámetro impulsor ( $D_a$ )**

Para hallar el diámetro impulsor utilizaremos la ecuación de la tabla n°14, pág. 53:

$$\frac{D_a}{D_t} = 0,33$$

$$D_a = 0,33 \times D_t$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_t = 1\ 500\ mm$$

Reemplazando en la ecuación:

$$D_a = 0,33 \times 1\ 500\ mm$$

$$D_a = 495\ mm$$

– **Largo de paleta (g)**

Para hallar el largo de paleta utilizaremos la ecuación de la tabla n°14, pág. 53:

$$\frac{g}{D_a} = 0,25$$

$$g = 0,25 \times D_a$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_a = 495 \text{ mm}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$g = 0,25 \times 495 \text{ mm}$$

$$g = 123,75 \text{ mm} \approx 125 \text{ mm}$$

– **Ancho de paleta (W)**

Para hallar el ancho de paleta utilizaremos la ecuación de la tabla n°14, pág. 53:

$$\frac{W}{D_a} = 0,2$$

$$W = 0,2 \times D_a$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_a = 495 \text{ mm}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$W = 0,2 \times 495 \text{ mm}$$

$$W = 99 \text{ mm} \approx 100 \text{ mm}$$

– **Dimensiones placas deflectoras**

• **Ancho placa (J)**

Para hallar el ancho de placa utilizaremos la ecuación de la tabla n°14, pág. 53:

$$\frac{J}{D_t} = 0,1$$

$$J = 0,1 \times D_t$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_t = 1\,500 \text{ mm}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$J = 0,1 \times 1\,500 \text{ mm}$$

$$J = 150 \text{ mm}$$

- **Espacio entre la placa y estanque (f)**

Para hallar el espacio entre la placa y el estanque utilizaremos la ecuación de la tabla n°14, pág. 53:

$$\frac{f}{D_t} = 0,02$$

$$f = 0,02 \times D_t$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_t = 1\,500 \text{ mm}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$f = 0,02 \times 1\,500 \text{ mm}$$

$$f = 30 \text{ mm}$$

#### **D. Cálculo de la potencia del agitador**

- **Número de Reynolds**

Para hallar el número de Reynolds utilizaremos la ecuación n°58, pág. 54:

$$R_e = \frac{Nd^2\rho}{\mu}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$N = 150 \text{ rpm} \approx 2,5 \text{ rps}$$

$$d = 495 \text{ mm} \approx 0,495 \text{ m}$$



$$\rho = 1\,150 \text{ kg/m}^3$$

$$\mu = 0,001 \text{ kg/ms}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$R_e = \frac{2,5 \times 0,495^2 \times 1\,150}{0,001}$$

$$R_e = 70,4 \times 10^4$$

#### – Número de potencia

Utilizando el Apéndice A22 se determina el número de potencia ( $N_p$ ) para un impulsor de turbina de 6 palas con cuatro placas deflectoras.

$$N_p = \frac{P}{N^3 d^5 \rho} = 6$$

#### – Cálculo de la potencia

Para hallar la potencia necesaria para mover el impulsor utilizaremos la ecuación n°59, pág. 55:

$$N_p = \frac{P}{N^3 d^5 \rho}$$

Despejando la potencia ( $P$ ) tenemos:

$$P = N_p (N^3 d^5 \rho)$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$N = 150 \text{ rpm} \approx 2,5 \text{ rps}$$

$$d = 495 \text{ mm} \approx 0,495 \text{ m}$$

$$\rho = 1\,150 \text{ kg/m}^3$$

$$N_p = 6$$

Reemplazando en la ecuación:

$$P = 6(2,5^3 \times 0,495^5 \times 1\,150)$$

$$P = 3,2 \text{ kW} \approx 4,29 \text{ HP}$$

#### 4.1.2. Diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos

##### A. Selección del motor

Para la selección del motor se consideran los siguientes factores como son:

- Potencia requerida
- Velocidad requerida
- Eficiencia del reductor
- Eficiencia de rodamientos

Para hallar la potencia del motor usaremos la siguiente ecuación n°16, pág. 21:

$$P_m = \frac{P_{agitador}}{\eta_{rodamiento} \times \eta_{reductor}}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$P_{agitador} = 4,29 \text{ HP}$$

$$\eta_{rodamiento} = 0,95$$

$$\eta_{reductor} = 0,95$$

Reemplazando en la ecuación:

$$P_m = \frac{4,29 \text{ HP}}{0,95^4 \times 0,95} = 5,54 \text{ HP}$$

Con los datos obtenidos de los cálculos realizados, seleccionamos el motor, ver

Apéndice A28.

**Tabla 16**

*Características del motor seleccionado*

Marca	Weg
Modelo	W21
Potencia	6 Hp
Velocidad	875 rpm

Fuente: Weg Motors & Drives, 2015

## B. Geometría del engranaje

### – Relación de transmisión ( $m_g$ )

Para hallar la relación de transmisión usaremos la ecuación n°10, pág. 19:

$$m_g = \frac{n_p}{n_g}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$n_p = 875 \text{ rpm}$$

$$n_g = 150 \text{ rpm}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$m_g = \frac{875 \text{ rpm}}{150 \text{ rpm}}$$

$$m_g = 5,83$$

### – Número de dientes ( $Z_g, Z_p$ )

Con la relación de Transmisión calculada, se hallara el número de dientes del engranaje y piñón; usando el número de dientes mínimos del piñón, ver Apéndice A4.

#### • Número de dientes ( $Z_{g'}$ )

Para hallar el número de dientes; usaremos la ecuación n°10, pág. 24, hallaremos el número de dientes tentativo ( $Z_{g'}$ ), el cual luego será comprobado.

$$m_g = \frac{Z_g}{Z_p}$$

Despejando el número de dientes del engranaje tenemos:

$$Z_p \times m_g = Z_{g'}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$Z_p = 16 \text{ (número mínimo de dientes del piñón, ver Apéndice A4)}$$

$$m_g = 5,83$$

Reemplazando en la ecuación:

$$16 \times 5,83 = 93,28$$

$$17 \times 5,83 = 99,11$$

$$18 \times 5,83 = 104,95$$

- **Relación de transmisión ( $m_g$ ) respecto a los ( $Z_{g'}$ )**

Para hallar la relación de transmisión; usaremos la ecuación n°10, pág. 19 y los resultados obtenidos de ( $Z_{g'}$ ), para luego ser comprobados y así poder obtener el número de dientes del piñón y el engranaje.

$$Z_{g'} / Z_p = m_g$$

Reemplazando en la ecuación:

$$93 / 16 = 5,81$$

$$99 / 17 = 5,82$$

$$105 / 18 = 5,83$$

Con los resultados obtenidos anteriormente, seleccionamos el número de dientes del piñón y el engranaje, los cuales se muestran en la tabla 17.

$$Z_p = 18, Z_g = 105$$

**Tabla 17**

*Cálculo de Número de dientes*

$Z_p$	$Z_{g'}$	$Z_g$	$m_g$
16	93,28	93	5,81
17	99,11	99	5,82
18	104,95	105	5,83

Fuente: Elaboración propia

– **Distancia entre centros ( $C$ )**

Para el hallar de la distancia entre centros; usaremos la ecuación n°31, pág. 26 y asumiremos un Módulo Normalizado de 4, ver Apéndice A3.

$$C = \frac{m(Z_p + Z_g)}{2}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$Z_p = 18$$

$$Z_g = 105$$

$$m = 4$$

Reemplazando en la ecuación:

$$C = \frac{4(18 + 105)}{2}$$

$$C = 246 \text{ mm}$$

– **Diámetro del piñón ( $D_p$ )**

Para hallar el diámetro del piñón, usaremos la ecuación n°11, pág. 19:

$$m = \frac{D}{Z}$$

Despejando el diámetro del piñón tenemos:

$$D_p = m \times Z_p$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$Z_p = 18$$

$$m = 4$$

Reemplazando en la ecuación:

$$D_p = 4 \times 18$$

$$D_p = 72 \text{ mm}$$

– **Diámetro del engranaje ( $D_g$ )**

Para hallar el diámetro del engranaje, usaremos la ecuación n°11, pág. 19:

$$m = \frac{D}{Z}$$

Despejando el diámetro del engranaje tenemos:

$$D_g = m \times Z_g$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$Z_g = 105$$

$$m = 4$$

Reemplazando en la ecuación:

$$D_g = 4 \times 105$$

$$D_g = 420 \text{ mm}$$

– **Diámetro del círculo base ( $d_g$ )**

Para hallar el diámetro del círculo base del engranaje, usaremos la siguiente ecuación n°1, pág. 15:

$$d_g = D_g \times \cos \emptyset$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_g = 420 \text{ mm}$$

$$\emptyset = 20$$

Reemplazando en la ecuación:

$$d_g = 420 \times \cos 20$$

$$d_g = 394,67 \text{ mm}$$

– **Diámetro del círculo base ( $d_p$ )**

Para hallar el diámetro del círculo base del piñón, usaremos la siguiente ecuación n°2, pág. 15:

$$d_p = D_p \times \cos \emptyset$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_p = 72 \text{ mm}$$

$$\emptyset = 20$$

Reemplazando en la ecuación:

$$d_p = 72 \times \cos 20$$

$$d_p = 67,66 \text{ mm}$$

– **Ancho de flanco de diente ( $F$ )**

Para hallar el ancho del flanco del diente, usaremos la ecuación n°26, pág. 25:

$$8 m \leq F \leq 12,5 m$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$m = 4$$

Reemplazando en la fórmula para un ancho de flanco mínimo:

$$F = 8 \times m$$

$$F = 8 \times 4$$

$$F = 32$$

– **Adéndum ( $a$ )**

Para hallar el adéndum; usaremos la siguiente ecuación, ver Apéndice A2:

$$a = m$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$m = 4$$

Reemplazando en la ecuación:

$$a = 4 \text{ mm}$$

– **Dedéndum ( $b$ )**

Para hallar el Dedéndum; usaremos la siguiente ecuación, ver Apéndice A2:

$$b = 1,25 \times m$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$m = 4$$

Reemplazando en la fórmula:

$$b = 1,25 \times 4$$

$$b = 5 \text{ mm}$$

– **Altura del diente ( $h_t$ )**

Para hallar la altura del diente; usaremos la siguiente ecuación, ver Apéndice A2:

$$h_t = 2,25 \times m$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$m = 4$$

Reemplazando en la ecuación:

$$h_t = 2,25 \times 4$$

$$h_t = 9 \text{ mm}$$

– **Altura de trabajo ( $h_k$ )**

Para hallar la altura de trabajo; usaremos la siguiente ecuación, ver Apéndice A2:

$$h_k = 2 \times m$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$m = 4$$



Reemplazando en la ecuación:

$$h_k = 2 \times 4$$

$$h_k = 8 \text{ mm}$$

– **Paso circular ( $P_c$ )**

Para hallar el paso circular, usaremos la ecuación n°6, pág. 16:

$$P_c = \pi \times m$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$m = 4$$

Reemplazando en la ecuación:

$$P_c = \pi \times 4$$

$$P_c = 12,57 \text{ mm}$$

– **Paso diametral para el método Lewis ( $P_d$ )**

Para hallar el paso circular, usaremos la ecuación n°9, pág. 17:

$$P_d = \frac{Z_g}{D_g}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_g = 420 \text{ mm} \approx 16,535 \text{ pulg}$$

$$Z_g = 105$$

Reemplazando en la ecuación:

$$P_d = \frac{105}{16,535}$$

$$P_d = 6,35 \text{ pulg}$$

– **Paso diametral para el método AGMA ( $P_d$ )**

Para obtener el paso diametral utilizado por el método AGMA, utilizaremos la tabla de módulos normalizados, Ver Apéndice A3.

$$P_d = 6,35 \text{ pulg}$$

– **Espesor del diente para el Método Lewis ( $t$ )**

Para hallar el espesor del diente, usaremos la ecuación n°25. pág. 24:

$$e = \frac{\pi}{2P_d}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$P_d = 6,35 \text{ pulg}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$e = \frac{\pi}{2 \times 6,35}$$

$$e = 0,25 \text{ pulg}$$

– **Espesor del diente para el Método AGMA ( $t$ )**

Para hallar el espesor del diente, usaremos la ecuación n°25, pág. 24:

$$e = \frac{\pi}{2P_d}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$P_d = 6,35$$

Reemplazando en la ecuación:

$$e = \frac{\pi}{2 \times 6,35}$$

$$e = 0,25 \text{ pulg}$$

**C. Cálculo de los esfuerzos**

Para hallar los cálculos de esfuerzos usaremos dos métodos los cuales son el método Lewis y AGMA, los cuales desarrollaremos a continuación.

### C.1. Método Lewis

#### – Velocidad tangencial ( $V_t$ )

Para hallar la velocidad tangencial, usaremos la ecuación n°14, pág. 21:

$$V_t = \frac{\pi \times D_p \times n_p}{60\,000}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_p = 72 \text{ mm}$$

$$n_p = 875 \text{ rpm}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$V_t = \frac{\pi \times 72 \times 875}{60\,000}$$

$$V_t = 3,30 \text{ m/s}$$

#### – Factor de velocidad ( $K_v$ )

Para hallar el factor de velocidad, usaremos la ecuación n°42, pág. 31:

$$K_v = \frac{6,1 + V_t}{6,1}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$V_t = 3,30 \text{ m/s}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$K_v = \frac{6,1 + 3,30}{6,1}$$

$$K_v = 1,54$$

#### – Esfuerzo permisible ( $\sigma_{perm}$ )

Para hallar el esfuerzo permisible, usaremos la ecuación n°13, pág. 20:

$$\sigma_{perm} = \frac{S_y}{f.s.}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$S_y = 4\,280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f.s = 3$$

Reemplazando en la ecuación:

$$\sigma_{perm} = \frac{4\,280}{3}$$

$$\sigma_{perm} = 1\,426,67 \text{ kg/cm}^2$$

– **Carga tangencial del piñón ( $W_t$ )**

Para hallar la carga tangencial del piñón, usaremos la ecuación n°46, pág. 32:

$$\sigma = \frac{K_v \times W_t}{F \times m \times Y}$$

Sabiendo que el esfuerzo permisible obedece a la siguiente relación:

$$\sigma \leq \sigma_{perm}$$

Donde:

$$\sigma = \sigma_{perm}$$

Despejando la carga tangencial ( $W_t$ ) tenemos:

$$W_t = \frac{F \times m \times Y \times \sigma_{perm}}{K_v}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$F = 32 \text{ mm} \approx 0,032 \text{ m}$$

$$Y = 0,309; \text{ ver Apéndice A1}$$

$$K_v = 1,54$$

$$m = 4 \text{ mm} \approx 0,004 \text{ m}$$

$$\sigma_{perm} = 1\,426,67 \text{ kg/cm}^2 \approx 14\,266\,700 \text{ kg/m}^2$$

Reemplazando en la ecuación:

$$W_t = \frac{0,032 \times 0,004 \times 0,309 \times 14\,266\,700}{1,54}$$

$$W_t = 366,41 \text{ kgf}$$

– **Potencia a transmitir del piñón ( $P$ )**

Para hallar la potencia a transmitir del piñón, usaremos la ecuación n°15, pág. 21:

$$P = \frac{W_t \times V_t}{4\,500}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$V_t = 3,30 \text{ m/s} \approx 198 \text{ m/min}$$

$$W_t = 366,41 \text{ kgf}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$P = \frac{366,41 \times 198}{4\,500}$$

$$P = 16,12 \text{ HP} \approx 16,34 \text{ CV}$$

– **Carga tangencial para engranaje ( $W_t$ )**

Para hallar la carga tangencial engranaje, usaremos la ecuación n°46, pág. 32:

$$\sigma = \frac{K_v \times W_t}{F \times m \times Y}$$

Sabiendo que el esfuerzo permisible obedece a la siguiente relación:

$$\sigma \leq \sigma_{perm}$$

Donde:

$$\sigma = \sigma_{perm}$$

Despejando la carga tangencial ( $W_t$ ) tenemos:

$$W_t = \frac{F \times m \times Y \times \sigma_{perm}}{K_v}$$

Para hallar la carga tangencial del piñón, usaremos la siguiente ecuación:

$$W_t = \frac{F \times m \times Y \times \sigma_{perm}}{K_v}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$F = 32 \text{ mm} \approx 0,032 \text{ m}$$

$$K_v = 1,54$$

$$m = 4 \text{ mm} \approx 0,004 \text{ m}$$

$$\sigma_{perm} = 1\,426,67 \text{ kg/cm}^2 \approx 14\,266\,700 \text{ kg/m}^2$$

$$Y_g = 0,4\,483, \text{ ver Apéndice A1}$$

Interpolando (Y)

Número de dientes	Y
100	0,447
105	$Y_g$
150	0,460

$Y_g = 0,4\,483$

Reemplazando en la ecuación:

$$W_t = \frac{0,032 \times 0,004 \times 0,4\,483 \times 14\,266\,700}{1,54}$$

$$W_t = 531,60 \text{ kgf}$$

– **Potencia a transmitir del engranaje (P)**

Para hallar la potencia a transmitir del engranaje, usaremos la ecuación n°15, pág.

21:

$$P = \frac{W_t \times V_t}{4\,500}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$V_t = 3,30 \text{ m/s} \approx 198 \text{ m/min}$$

$$W_t = 531,60 \text{ kgf}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$P = \frac{531,60 \times 198}{4\,500}$$

$$P = 23,39 \text{ HP} \approx 23,72 \text{ CV}$$

## C.2. Método AGMA

### – Velocidad tangencial ( $V_t$ )

Para hallar la velocidad tangencial, usaremos la ecuación n°14, pág. 21:

$$V_t = \frac{\pi \times D_p \times n_p}{60\,000}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_p = 72 \text{ mm}$$

$$n_p = 875 \text{ rpm}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$V_t = \frac{\pi \times 72 \times 875}{60\,000}$$

$$V_t = 3,30 \text{ m/s}$$

### – Potencia del piñón ( $P_p$ )

Para hallar la potencia del piñón, usaremos la ecuación n°16, pág. 21:

$$P_p = \frac{P_{agitador}}{\eta_{rodamiento} \times \eta_{reductor}}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$P_{agitador} = 4,29 \text{ HP}$$

$$\eta_{rodamiento} = 0,95$$

$$\eta_{reductor} = 0,95$$

Reemplazando en la ecuación:

$$P_p = \frac{4,29 \text{ HP}}{0,95^4 \times 0,95}$$

$$P_p = 5,54 \text{ HP} \approx 5,62 \text{ CV}$$

#### – Carga tangencial ( $W_t$ )

Para hallar la carga tangencial del piñón, usaremos la ecuación n°15, pág. 21:

$$P = \frac{W_t \times V_t}{4 \ 500}$$

Despejando la Carga Tangencial ( $W_t$ ) tenemos:

$$W_t = \frac{P \times 4 \ 500}{V_t}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$V_t = 3,30 \text{ m/s}$$

$$P = 5,54 \text{ HP}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$W_t = \frac{5,54 \times 4 \ 500}{3,30 \times 60}$$

$$W_t = 125,91 \text{ kg}$$

### C.2.1. Cálculo por resistencia

#### – Esfuerzo de contacto ( $S_t$ )

Para hallar esfuerzo de contacto, usaremos la ecuación n°47, pág. 32:

$$S_t = \frac{W_t \times K_o \times K_S \times K_m}{K_v \times m \times F \times J}$$



Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$m = 4$$

$$F = 32 \text{ mm}$$

$$J = 0,31 \text{ ver Apéndice A15}$$

$$K_m = 1,6 \text{ ver Apéndice A9}$$

$$K_v = 0,68 \text{ ver Apéndice A14}$$

$$K_S = 1,0 \text{ ver pág. 35}$$

$$K_o = 1,5 \text{ ver Apéndice A5}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$S_t = \frac{125,91 \times 1,5 \times 1 \times 1,6}{0,68 \times 4 \times 32 \times 0,31}$$

$$S_t = 11,20 \text{ kg/mm}^2$$

#### – **Potencia máxima(P)**

Para hallar la potencia máxima del piñón, usaremos la ecuación n°49, pag.33:

$$P = 6,98 \times 10^{-7} \left( \frac{D_p \times n_p \times S_{at} \times m \times F \times J \times K_L \times K_V}{K_S \times K_m \times K_T \times K_R \times K_o} \right)$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_p = 72 \text{ mm}$$

$$n_p = 875 \text{ rpm}$$

$$m = 4$$

$$F = 32 \text{ mm}$$

$$J = 0,31 \text{ ver Apéndice A15}$$

$$K_m = 1,6 \text{ ver Apéndice A9}$$

$$K_v = 0,68 \text{ ver Apéndice A14}$$

$$K_S = 1,0 \text{ ver pág. 35}$$

$K_o = 1,5$  ver Apéndice A5

$K_L = K_R = K_T = 1,0$  por condición al usar Apéndice A5 para  $K_o$

$Sat_p = 31,33 kgs/mm^2$ , El material del piñón será de Acero ASTM 615 Grado 60, características (Acero templado y revenido), ver Apéndice A28.

Piñón 450 BHN, ver Apéndices A11 y A29

Extrapolando

Dureza mínima	$Sat_p$
400 BHN	$39,2 kgs/mm^2$
450 BHN	$41,5 kgs/mm^2$
461 BHN	$Sat_p$
$Sat_p = 42,006 kgs/mm^2$	

Engranaje 311 BHN ver Apéndices A11 y A29

Interpolando

Dureza mínima	$Sat_g$
300 BHN	$33,1 kgs/mm^2$
311 BHN	$Sat_g$
350 BHN	$36,3 kgs/mm^2$
$Sat_g = 33,804 kgs/mm^2$	

Reemplazando en la ecuación:

$$P = 6,98 \times 10^{-7} \left( \frac{72 \times 875 \times 42,006 \times 4 \times 32 \times 0,31 \times 1 \times 0,68}{1 \times 1,6 \times 1 \times 1 \times 1,5} \right)$$

$$P = 20,77 CV \geq 5,62 CV \quad ; OK!$$

– **Potencia del engranaje ( $P_g$ )**

Para hallar la potencia máxima del engranaje usaremos la ecuación n°50, pág. 33:

$$P_g = P_p \left( \frac{Sat_g \times J_g}{Sat_p \times J_p} \right)$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$P_p = 20,77 \text{ CV}$$

$$J_g = 0,446 \text{ ver Apéndice A15}$$

$$J_p = 0,31 \text{ ver Apéndice A15}$$

$$Sat_p = 42,006 \text{ kgs/mm}^2$$

$$Sat_g = 33,804 \text{ kgs/mm}^2$$

Reemplazando en la ecuación:

$$P_g = 20,77 \left( \frac{33,804 \times 0,446}{42,006 \times 0,31} \right)$$

$$P_g = 24,05 \text{ CV}$$

**C.2.2. Cálculo por fatiga superficial**

– **Esfuerzo de contacto ( $S_c$ )**

Para hallar esfuerzo de contacto, usaremos la ecuación n° 52, pág. 39:

$$S_c = C_p \sqrt{\frac{W_t \times C_o \times C_s \times C_m \times C_f}{C_v \times D_p \times F \times I}}$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_p = 72 \text{ mm}$$

$$F = 32 \text{ mm}$$

$$I = 0,115 \text{ ver Apéndice A20}$$

$$C_m = 1,6 \text{ ver Apéndice A9}$$

$$C_v = 0,68 \text{ ver Apéndice A18}$$

$$C_p = 61 \text{ ver Apéndice A12}$$

$$C_s = 1,0 \text{ ver pág. 42}$$

$$C_f = 1,25 \text{ ver pág. 45}$$

$$C_o = 1,5 \text{ ver Apéndice A5}$$

Reemplazando en la ecuación:

$$S_c = 61 \times \sqrt{\frac{125,91 \times 1,5 \times 1 \times 1,6 \times 1,25}{0,68 \times 72 \times 32 \times 0,115}}$$

$$S_c = 88,32 \text{ kg/mm}^2$$

#### – **Potencia máxima(P)**

Para hallar la potencia máxima del piñón, usaremos la ecuación n°54, pág. 39:

$$P = 6,98 \times 10^{-7} \left( \frac{n_p \times F \times C_v \times I}{C_o \times C_s \times C_m \times C_f} \right) \left( \frac{S_{ac} \times D_p \times C_L \times C_H}{C_T \times C_R \times C_p} \right)^2$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$D_p = 72 \text{ mm}$$

$$n_p = 875 \text{ rpm}$$

$$F = 32$$

$$I = 0,115 \text{ ver Apéndice A20}$$

$$C_m = 1,6 \text{ ver Apéndice A9}$$

$$C_v = 0,68 \text{ ver Apéndice A18}$$

$$C_p = 61 \text{ ver Apéndice A12}$$

$$C_s = 1,0 \text{ ver pág. 43}$$

$$C_T = 1,00 \text{ ver pág. 44}$$

$$C_H = 1,00 \text{ ver pág. 44}$$

$C_f = 1,00$  ver pág. 45

$C_o = 1,5$  ver Apéndice A5

$C_L = C_R = 1,0$  por condición al usar Apéndice A5 para  $C_o$

$Sac_p = 124,64 \text{ kgs/mm}^2$ , El material del piñón será de Acero ASTM 615 Grado 60, características (Acero templado y revenido), ver Apéndice A28.

Piñón 450 BHN, ver Apéndices A13 y A29

Extrapolando

Dureza mínima	$Sac_p$
400 BHN	$123 \text{ kgs/mm}^2$
450 BHN	$136 \text{ kgs/mm}^2$
461 BHN	$Sat_p$
	$Sat_p = 138,86 \text{ kgs/mm}^2$

Engranaje 311 BHN ver Apéndices A13 y A29

Interpolando

Dureza mínima	$Sac_g$
300 BHN	$97 \text{ kgs/mm}^2$
311 BHN	$Sac_g$
350 BHN	$100 \text{ kgs/mm}^2$
	$Sac_g = 99,86 \text{ kgs/mm}^2$

Reemplazando en la ecuación:

$$P = 6,98 \times 10^{-7} \left( \frac{875 \times 32 \times 0,68 \times 0,115}{1,5 \times 1 \times 1,6 \times 1} \right) \left( \frac{138,86 \times 72 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 61} \right)^2$$

$$P = 17,11 \text{ CV} \geq 5,62 \text{ CV} \quad ; \text{ OK!}$$

– **Potencia del engranaje ( $P_g$ )**

Para hallar la potencia máxima del engranaje usaremos la ecuación n°55, pág. 40:

$$P_g = P_p \left( \frac{Sac_g \times I_g}{Sac_p \times I_p} \right)$$

Para lo cual se cuenta con los siguientes datos:

$$P_p = 17,11 \text{ CV}$$

$$I_g = 0,138 \text{ ver Apéndice A20}$$

$$I_p = 0,115 \text{ ver Apéndice A20}$$

$$Sac_p = 138,86 \text{ kgs/mm}^2$$

$$Sac_g = 99,86 \text{ kgs/mm}^2$$

Reemplazando en la ecuación:

$$P_g = 17,11 \left( \frac{99,86 \times 0,138}{138,86 \times 0,115} \right)$$

$$P_g = 14,76 \text{ CV}$$

#### **4.2. Contrastación de hipótesis**

En el presente trabajo de investigación se cuenta con las siguientes hipótesis:

- a) La primera hipótesis trata de determinar si para una determinada potencia a transmitir el método Lewis es el menos eficiente que el método AGMA. Al culminar los cálculos del diseño de engranajes como resultado se obtuvo que esta hipótesis es correcta, debido a que al diseñar los engranajes utilizando el método AGMA transmite una mayor potencia a comparación del método LEWIS y a su vez va a hacer más eficiente porque se aplican una serie de factores de seguridad los cuales dan una mayor confiabilidad al diseñar engranajes por este método.

- b) La segunda hipótesis trata de determinar si el método AGMA garantiza espesores más adecuados para ser maquinados que el método Lewis. Al culminar los cálculos del diseño de engranajes como resultado se obtuvo que esta hipótesis no es acertada, debido a que ambos métodos garantizan espesores adecuados para ser maquinados.

### 4.3. Discusión de resultados

Los resultados obtenidos en el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos por el método AGMA y LEWIS se muestran en la tabla N° 18.

**Tabla 18**

*Resultados de los cálculos por distintos métodos*

DESCRIPCIÓN	MÉTODO LEWIS	MÉTODO AGMA
Potencia del motor	6 HP	6 HP
Velocidad del motor	875 rpm	875 rpm
Relación de transmisión ( $m_g$ )	5,83	5,83
Número de dientes del piñón ( $Z_p$ )	18	18
Número de dientes del engranaje ( $Z_g$ )	105	105
Distancia entre centros ( $C$ )	246 mm	246 mm
Diámetro del piñón ( $D_p$ )	72 mm	72 mm
Diámetro del engranaje ( $D_g$ )	420 mm	420 mm
Diámetro del círculo base del engranaje ( $d_g$ )	394,67 mm	394,67 mm
Diámetro del círculo base del piñón ( $d_p$ )	67,66 mm	67,66 mm
Ancho del flanco del diente ( $F$ )	32	32
Adéndum ( $a$ )	4 mm	4 mm
Dedéndum ( $b$ )	5 mm	5 mm
Altura del diente ( $h_t$ )	9 mm	9 mm
Altura de trabajo ( $h_k$ )	8 mm	8 mm
Paso circular ( $P_c$ )	12,57 mm	12,57 mm
Paso diametral ( $P_d$ )	6,35 pulg	6,35 pulg
Espesor del diente ( $e$ )	0,25 pulg	0,25 pulg
Velocidad tangencial ( $V_t$ )	3,30 m/s	3,30 m/s
Factor de velocidad ( $K_v$ )	1,54	0,64
Esfuerzo permisible ( $\sigma_{perm}$ )	1 426,67 kg/cm <sup>2</sup>	-
Carga tangencial del piñón ( $W_t$ )	366,41 kgf	125,91 kgf
Potencia a transmitir del piñón ( $P_p$ )	16,34 CV	20,77 CV
Carga tangencial del engranaje ( $W_t$ )	531,60 kgf	-
Potencia a transmitir del engranaje ( $P_g$ )	23,73 CV	24,27 CV

Nota: Elaboración propia

La discusión de resultados del proyecto de investigación se presenta a continuación:

- a) En la tabla n°18, se muestran los cálculos realizados para el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos por los métodos LEWIS y AGMA; estos cálculos se iniciaron con la máquina que se impulsara la cual es un agitador de fluidos el cual posee impulsor de turbina del tipo hojas planas y disco de 6 palas, porque este tipo de impulsor se utiliza para fluidos de baja viscosidad y para velocidades medias o altas; con la potencia necesaria para mover el impulsor de agitador se seleccionó un motor marca WEG W21 de 6 Hp y 875 rpm, con estos datos hallamos procedemos a realizar los cálculos de los engranajes.
- b) Al iniciar los cálculos se tomaron los mismos datos tanto para el método LEWIS y AGMA por lo cual se obtuvieron los mismos resultados (Relación de transmisión Relación de transmisión, Número de dientes del piñón, Número de dientes del engranaje, Distancia entre centros, Diámetro del piñón, Diámetro del engranaje, Diámetro del círculo base del engranaje, Diámetro del círculo base del piñón, Ancho del flanco del diente, Adéndum, Dedéndum, Altura del diente, Altura de trabajo, Paso circular, Paso diametral, Velocidad tangencial); como se muestran en la tabla presentada anteriormente.
- c) Seguidamente se calcularon los espesores de dientes para ambos métodos; para el método LEWIS, el cálculo fue utilizando fórmulas, primero se calculó el paso diametral; obteniendo como resultado  $P_d = 6,35 \text{ pulg}$ , segundo se calculó el espesor; obteniendo como resultado  $e = 0,25 \text{ pulg}$ . Para el método AGMA, se tomó un paso diametral normalizado  $P_d = 6,35 \text{ pulg}$ ,



seguidamente se calculó el espesor de diente; obteniendo como resultado  $e = 0,25 \text{ pulg.}$

- d) Posteriormente se procedió a realizar los cálculos de la máxima potencia a transmitir dando como resultado; para el método LEWIS se obtuvo una potencia a transmitir del engranaje de  $P_g = 23,72 \text{ CV}$  y para el método Lewis se obtuvo una potencia a transmitir del engranaje de  $P_g = 24,05 \text{ CV}$ .
- e) Finalmente se compararon los resultados obtenidos por los dos métodos para el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos, el método AGMA nos da una mayor potencia a transmitir y es más eficiente en comparación en comparación al método LEWIS, pero el espesor de dientes es el mismo que el calculado por el método LEWIS; sin embargo el método AGMA al utilizar módulos y paso diametral normalizados garantizara espesores óptimos para la fabricación de engranajes.

## **CAPÍTULO V**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

#### **5.1. CONCLUSIONES**

Primera. De la investigación realizada de métodos para el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos determinamos que para una determinada potencia el método Lewis es menos eficiente que el método AGMA.

Segunda. El método AGMA y el método Lewis garantizan espesores adecuados para su fabricación de engranajes cilíndricos de dientes rectos; pero el método AGMA al utilizar módulos y paso diametral normalizado garantizara espesores óptimos para su fabricación de engranajes cilíndricos de dientes rectos.

Tercera. El método AGMA proporcionara una mayor potencia a transmitir que el método Lewis, así como también mediante el uso de factores como el factor de servicio, vida, sobrecarga, esfuerzo admisible del material, hacen a este método el más confiable para el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos.

Cuarta. El método AGMA empleado en el diseño de engranajes es óptimo puesto que con el programa SolidWorks 2013 se puede comprobar que el engranaje diseñado trabajara óptimamente y tendrá un desgaste mínimo en los dientes del mismo.

## **5.2. RECOMENDACIONES**

Primera. Con el diseño de engranajes desarrollado por el método AGMA y el método Lewis podemos calcular la potencia máxima a transmitir, pero primero debemos saber que máquina se va impulsar, sus características y las condiciones de trabajo.

Segunda. Para hallar el espesor de diente, el método AGMA se trabajara con módulos normalizados y para el método Lewis se calculara con fórmulas establecidas.

Tercera. El uso de factores en el método AGMA; como el factor de servicio, vida, sobrecarga, esfuerzo admisible del material, es importante porque nos ayudara a realizar un diseño de engranajes óptimo para el trabajo que este sea requerido.

Cuarta. Para el diseño óptimo de engranajes es necesario primeramente revisar la lista de materiales de engranajes en el programa SolidWorks 2013, con lo cual la realización de la simulación de engranajes no presentara mayores problemas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abarca, A. y Cova, J. (2010). *Fundamentos de Máquinas*. Recuperado el 16 de Febrero del 2017 de <http://fundamentosdemaquinas.blogspot.pe/p/engranajes.html>

Anaya, B. (2016). *Engranajes*. Recuperado el 15 de Febrero del 2017 de <http://engranabreider.blogspot.pe/>

Anso, S. (2005). *Estudio experimental de la agitación*. Recuperado el 18 de Mayo del 2017 de <http://www.unizar.es/dctmf/jblasco/AFTAgitacion/index.htm>

Benoit, D. (2012). *Engranaje cónico*. Recuperado el 20 de Mayo del 2017 de <http://www.directindustry.es/prod/atlanta/product-19987-747041.html>

Budynas, R.G. y Nisbett, J. (2008). *Diseño en Ingeniería en Mecánica de Shigley*. México, D.F: Editorial McGraw-Hill/Interamericana editores.

Castillo, V. (2013). *Diseño y Cálculo de un Agitador de Fluidos* (Tesis para obtener el título de Ingeniero de Ejecución en Mecánica). Universidad del Bío-Bío, Chile. Recuperado el 10 de Junio del 2017 de [http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/412/1/Castillo\\_Uribe\\_Vladimir.pdf](http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/412/1/Castillo_Uribe_Vladimir.pdf)

Deutschman, A y Michels W. (1975). *Diseño de Maquinas*. México: Editorial Continental S.A.

González, G. (2001). *Cálculos de Engranajes Cilíndricos* (Monografía). Universidad Tecnológica de la Habana, Habana. Recuperado el 18 de Diciembre del 2016 de <http://campusvirtual.edu.uy/archivos/mecanica-general/MATERIAL%20BIBLIOGRAFICO%20TECNICO%20PARA%20APOYO%20DOCENTE/APORTES%20VARIOS%20PARA%20DOCENTES/CURSO%20DE%20TRANSMISIONES/ENGRANAJE.pdf>

Hamrock, B.J. y Jacobson, B.O. (2000). *Elementos de Maquinas*. México: Editorial McGraw-Hill/Interamericana editores.

Hori, J. (2012). *Diseño de Elementos de Maquinas*. Lima: Princeliness E.I.R.LTDA

Jaén, E. (2011). *Cálculos y Diseño de Engranajes Helicoidales* (Monografía para obtener el título de Ingeniero Mecánico Electricista). Universidad Veracruzana, Xalapa. Recuperado el 20 de Octubre del 2016 de <http://cdigital.uv.mx/bitstream/123456789/32941/1/jaentlazalo.pdf>

Lujan, C. (2009). *Agitación*. Recuperado el 20 de Mayo del 2017 de <https://www.slideshare.net/guest6d731e/agitacion-1735401>

Méndez, A. (2011). *Diseño y cálculos de engranes rectos, teórico, así como asistido por computadora de Maquinas* (Monografía). Recuperado el 20 de octubre del 2016 de <https://core.ac.uk/download/pdf/16308489.pdf>

Mott, R.L. (2006). *Diseño de Elementos de Maquinas, cuarta edición*. México: Editorial Pearson educación.

Norton, R.L. (2011). *Diseño de Maquinas. Cuarta edición*. México: Editorial Pearson educación.

Tejada, C. (2011). *Engranajes*. Recuperado el 29 de Junio del 2017 de <http://www.monografias.com/trabajos30/engranajes/engranajes.shtml>